**Distribuciones de Referencia Multinomiales
para el Sistema de Calificación Empírico (ESS)**

Raymond Nelson

Traductores:

Rodolfo Prado Pelayo

rodolfo@poligrafia.com.mx

Edwin Ivan Cruz Paniagua

ivan@poligrafia.org.mx

**Distribuciones de Referencia Multinomiales
para el Sistema de Calificación Empírico¹ (ESS)*
Raymond Nelson²**

Abstract

La puntuación y la interpretación de los datos del CQT han progresado desde la interpretación visual subjetiva, hasta el uso métodos de extracción de características estructurados y modelos analíticos que hacen uso de métodos de decisión estadística. Hoy en día, las distribuciones de referencia empíricas están disponibles para una variedad de formatos de prueba poligráficos con preguntas de comparación y para métodos de puntuación numérica. Sin embargo, no se puede encontrar una descripción previamente publicada de la distribución de referencia teórica para los puntajes del CQT. Las distribuciones de referencia teórica son un aspecto importante en todas las áreas de la ciencia porque, como su nombre lo sugiere, dependen fundamentalmente de una comprensión coherente y práctica de la base teórica fundamentales de manera tal que pueda ser expresada matemáticamente. Las distribuciones teóricas se calculan a partir de hechos o presunciones que están sujetos a pruebas matemáticas lógicas. Las distribuciones teóricas pueden utilizarse para hacer inferencias sobre datos empíricos, y también pueden ser útiles como una función de verosimilitud para el análisis Bayesiano. Una ventaja de la distribución teórica y del enfoque Bayesiano es que el reemplazo o la adición de características de la evaluación y de sensores de registro, pueden ser un asunto simple cuando se realizan suposiciones ingenuas. Se calcularon las distribuciones de referencia multinomiales para las puntuaciones del CQT bajo la hipótesis nula de la teoría analítica del poligrafo y del CQT, y los resultados de los cálculos de forma cerrada se compararon gráficamente con una simulación Monte Carlo. Se proporciona una descripción del cálculo de las distribuciones de referencia multinomiales para su réplica y para los lectores que deseen desarrollar su comprensión e intuición para las distribuciones multinomiales. Se proporcionan las tablas de referencia para las distribuciones multinomiales uniformes discretas aleatorias para la variedad de formatos CQT en los apéndices.

1 Este proyecto fue apoyado y hecho posible por “Lafayette Instrument Company”, en donde Raymond Nelson labora como investigador especialista.

2 Raymond Nelson es un investigador especialista en “Lafayette Instrument Company”, quien desarrolla y comercializa tecnologías poligráficas. El Sr. Nelson es un examinador poligráfico de campo y psicoterapeuta experto para abusos sexuales, victimización, trauma y desarrollo, aunado a otras pericias en evaluación, análisis de datos y estadística. El Sr. Nelson es uno de los desarrolladores del Algoritmo Computarizado de Puntuación OSS-3 y ha publicado numerosos estudios del ESS y otras temáticas de poligrafía. El Sr. Nelson funge como testigo experto en asuntos legales tanto en poligrafía como en psicología/ psicoterapia. El Sr. Nelson es Expresidente, y actual miembro electo de la Junta Directiva de la APA, y ha ayudado al desarrollo de políticas a nivel estatal, local y nacional. Los puntos de vista y opiniones mencionadas aquí, son propias del autor y no la APA o LIC.

*ESS se refiere a Empirical Scoring System por sus siglas en inglés

Introducción

Se describe aquí una solución combinatoria³ para el cómputo de la distribución⁴ de referencia estadística multinomial⁵ para las puntuaciones del sistema de calificación empírico⁶ (ESS) para los datos de la prueba con preguntas de comparación (CQT). La disponibilidad de una distribución de referencia teórica para el CQT puede ayudar a avanzar la ciencia de las pruebas poligráficas y de la evaluación de la credibilidad mediante comparaciones entre la observación del mundo real, contra los resultados esperados definidos por un modelo matemático y estadístico. Además de la disponibilidad de datos empíricos y de distribuciones de referencia empíricas, las distribuciones de referencia teóricas ayudan a comprender la validez de un área de teoría científica y ayudan a comprender y a interpretar de mejor manera las observaciones y los datos empíricos.

El uso de distribuciones de referencia estadísticas para interpretar datos poligráficos se sugirió por primera vez por Barland (1985) quien describió un modelo de discriminación de señal de Gaussiana-Gaussiana (Wickens, 1991; 2002), aunque esto fue largamente inadvertido hasta la introducción del Sistema de Puntuación Objetivo (OSS; Krapohl & McManus, 1999; Krapohl, 2002) y el más reciente Sistema de Puntuación Empírico (ESS; Nelson, Krapohl & handler, 2008; Nelson et al., 2011). Las distribuciones de referencia empíricas fueron publicadas por Nelson y Handler (2015) para todos los formatos poligráficos de preguntas de comparación para los que sus datos se incluyeron en la revisión meta-analítica realizada por la American Polygraph Association (2011). Aunque las distribuciones de referencia empíricas están siendo más ampliamente utilizadas por examinadores poligráficos de campo en años recientes, no existe publicación descriptiva para el cálculo de una distribución teórica de las puntuaciones CQT.

3 Combinatoria, es una área de las matemáticas que involucra contar las combinaciones de objetos que pueden ser creadas de un determinado grupo de elementos de acuerdo a ciertas reglas y restricciones. Diferentes libros de texto, tales como el escrito por Skiena (1990) y Chen y Koh (1992) abordan este tema en detalle.

4 Una distribución es una descripción numérica y matemática del rango de posibles valores para una variable aleatoria. Una variable aleatoria es un valor que es desconocido y puede tomar diferentes valores posibles. Las distribuciones estadísticas son descripciones matemáticas o empíricas del rango de valores y la proporción esperada o probabilidad de observaciones de cada valor único si estos ocurren únicamente debido al azar. Puede encontrarse más información en libros de estadística tales como el escrito por Evans, Hastings & Peacock. (2010) y Spiegel (1992).

5 Multinomial, se refiere a una distribución estadística de la frecuencia esperada de los posibles resultados de ensayos repetidos cuando existen múltiples resultados posibles para cada ensayo individual. Aplicado al contexto de poligrafía, cada presentación de cada estímulo de prueba y cada puntuación del sensor representa un ensayo individual para los cuales los resultados deben ser codificados como + - o 0. La distribución binomial más común, con dos posibles resultados de cada ensayo, es un caso especial de la distribución multinomial. Puede encontrarse Información detallada en textos de matemáticas y referencias como la de Abramowitz & Stegun, (1972) y Olver, Lozier, Boisvert, & Clark (2010).

6 El ESS es un protocolo basado en evidencia para el análisis de datos de poligrafos con preguntas de comparación y es un producto exhaustivamente derivado de investigaciones previas de otros autores incluyendo a: Kircher y Raskin (1988), Raskin, Kircher, Honts y Horowitz (1988), Kircher, Krisjanssen, Gardner y Webb (2005), Krapohl y McManus (1999), y Senter y Dollins, (2003).

El uso de distribuciones de referencia estadística para interpretar datos poligráficos se sugirió por primera vez por Barland (1985) quien describió un modelo de discriminación de señal de Gaussiana-Gaussiana (Wickens, 1991; 2002), aunque esto fue largamente inadvertido hasta la introducción del Sistema de Puntuación Objetivo (OSS; Krapohl & McManus, 1999; Krapohl, 2002) y el más reciente Sistema de Puntuación Empírico (ESS; Nelson, Krapohl & handler, 2008; Nelson et al., 2011). Las distribuciones de referencia empíricas fueron publicadas por Nelson y Handler (2015) para todos los formatos poligráficos de preguntas de comparación para los que sus datos se incluyeron en la revisión meta-analítica realizada por la American Polygraph Association (2011). Aunque las distribuciones de referencia empíricas están siendo más ampliamente utilizadas por examinadores poligráficos de campo en años recientes, no existe publicación descriptiva para el cálculo de una distribución teórica de las puntuaciones CQT.

Se dice que las distribuciones de referencia estadística^{7,8} son *teóricas* y entonces se calculan con base en hechos básicos y supuestos que son aceptados como el producto de la evidencia lógica y matemática. Esto está en contraste con las distribuciones *empíricas* que se calculan a partir de datos de muestra observados⁹. En la práctica, las distribuciones de referencia teóricas y empíricas a menudo se usan de manera conjunta¹⁰. Parte de la utilidad de las distribuciones matemáticas/teóricas es que las declaraciones de probabilidad sobre la significancia estadística de los datos observados son abstracciones matemáticas que pueden ser más robustas en comparación a las diferencias en el grupo muestra que derivan empíricamente las distribuciones de referencia – si la teoría es válida.

7 Una distribución estadística es un conjunto de números que pueden representar un fenómeno de interés (p. ej., altura, peso o puntuaciones poligráficas) para los cuales la data es no-determinista o imperfecta y se espera cierta variación. Data que varía de forma completamente desordenada o aleatoria no será útil para guiar nuestras conclusiones acerca de las observaciones de un fenómeno real. Data que varía con un grado de orden, puede ser útil si las reglas y el supuesto que determina la forma de la distribución de datos, puede ser estudiada y probada por estadistas y matemáticos. Las distribuciones estadísticas son caracterizadas por parámetros numéricos que proveen toda la información necesaria para calcular la distribución matemática.

8 Por ejemplo: La distribución Gaussiana o normal, algunas veces llamada como campana de Gauss, es una distribución teórica utilizada comúnmente que está relacionada a la distribución estándar normal o z. La distribución normal caracteriza una variedad de fenómenos naturales. Existen diversas distribuciones teóricas comunes e identificables, incluyendo la distribución Chi cuadrada que es la suma de las desviaciones cuadradas estándar normales, la distribución t que caracteriza la distribución de pequeñas muestras la cuales convergen hacia la distribución normal para muestras grandes, la distribución binomial o de Bernoulli para valores discretos que se comportan asintóticamente normales para muestras de gran tamaño, la distribución de Poisson que caracteriza la frecuencia de ocurrencia de series cronológicas de eventos, la distribución Weibull que puede ser utilizada para caracterizar la fiabilidad de eventos de falla por periodos largos en ingeniería, la familia de distribuciones exponenciales y logarítmicas que pueden ser utilizadas para caracterizar incrementos o decrementos no lineales en eventos, la distribución uniforme de proporciones decimales entre 0 y 1, y otras distribuciones teóricas.

9 Por ejemplo: datos de muestra que están distribuidos normalmente, producirán un histograma de forma similar al de la distribución normal estándar. Sin embargo, mientras que un histograma es una descripción de datos de muestra asequibles empíricamente, una distribución teórica tan como la distribución normal estándar es una abstracción matemática.

10 Los procedimientos estadísticos comúnmente implican el estudio de una distribución observada empíricamente con referencia a una distribución estadística teórica que es una abstracción matemática. Cuando la data empírica se comporta similarmente a la forma de una distribución teórica, podemos entonces utilizar nuestros conocimientos matemáticos de la distribución teórica como modelo para hacer repeticiones probabilísticas e inferencias categóricas acerca de nuestra data empírica. Cuando la data empírica es seleccionada de forma aleatoria o representativa de la población de la que la data fue recogida, podemos empezar a hacer inferencias sobre la población de la cual la muestra empírica fue obtenida

La distribución multinomial, una forma de distribución de probabilidad discreta¹¹, puede ser utilizada para describir la distribución de todos los resultados posibles bajo la hipótesis nula de la teoría analítica del CQT.

Teoría Analítica del CQT

La teoría analítica del polígrafo ha sido discutida y evaluada en numerosos estudios y publicaciones (Bell, Raskin, Honts & Kircher, 1999; Honts & Peterson, 1997; Honts & Raskin, 1988; Honts & Reavy 2015; Kircher & Raskin, 1988; Kircher, Packard, Bell & Bernhardt, 2001; Maclaren & Krapohl, 2003; Nelson, 2014, 2015a, 2015B; Raskin, Honts & Kircher, 2014; Raskin, Kircher, Honts & Horowitz, 1988), y sostiene que los mayores cambios en la actividad fisiológica son cargados en diferentes tipos de estímulos de prueba en función del engaño o de la veracidad en respuesta a los estímulos relevantes objetivo. Durante la fase de la entrevista de un examen poligráfico, un examinado que no desea realizar una confesión, negará su involucramiento en el asunto comportamental bajo investigación.

Durante una prueba de polígrafo, los cambios en la actividad fisiológica son registrados utilizando un arreglo de sensores de registro. Los datos de los sensores de registro son sujetos a una transformación y reducción numérica para su análisis estadístico. El objetivo del análisis es clasificar los resultados de prueba como de engaño o veracidad con base en la saliencia diferencial (Handler & Nelson, 2017; Senter, Weatherman, Krapohl & Horvath, 2010) de diferentes tipos de estímulos de prueba. La base psicológica para las diferencias observadas en la actividad fisiológica pueden ser pensadas en general, por el involucramiento en una combinación del esfuerzo mental necesario para ocultar la verdad y afirmar una mentira, de la emoción relacionada con el acto comportamental o de las posibles consecuencias por el acto, y de la respuesta condicionada ante el estímulo descriptivo como resultado de la implicación o experiencia en el acto conductual (Hander, Shaw & Gougler, 2010; Nelson, 2015a) bajo investigación.

La prueba del polígrafo no es una observación determinista del engaño o de la veracidad (es decir, perfecto o inmutable y no dependiente del comportamiento humano), ni una medición física directa o lineal del engaño o veracidad. No se espera que las pruebas científicas sean infalibles y son fundamentalmente probabilísticas – incluso cuando los resultados probabilísticos se reducen por conveniencia a resultados categóricos. Como cualquier otra prueba científica, el propósito de la prueba poligráfica es registrar y analizar datos como base para el cálculo replicable del resultado probabilístico (American Polygraph Association, 2011, Nelson & handler, 2012, 2015; Nelson, *et al.*, 2011). Las probabilidades asociadas con los resultados de pruebas pueden referirse a tasas de precisión de clasificaciones esperadas con grupos o muestras de exámenes, y también puede referirse al error estadístico estimado o nivel de precisión para un solo examen.

11 Se dice que una distribución es discreta, cuando los valores numéricos no pueden ser divididos en fracciones o partes más chicas, cuando no existen valores significativos entre los valores nodales que son característicos de la data. Por ejemplo: la altura o el peso de una persona pueden ser expresados en valores numéricos continuos incluyendo decimales o fracciones, mientras que el número de veces que una persona es pateada por un caballo puede ser expresado usando únicamente enteros positivos para los cuales no existe una interpretación con significado entre cada entero. Las distribuciones teóricas se dice que son continuas cuando los valores de la data pueden ser expresados utilizando números que pueden ser divididos continuamente en partes infinitamente pequeñas y más pequeñas para las cuales se mantiene alguna interpretación útil y con significado. Por ejemplo, la distribución uniforme de probabilidades entre 0 y 1 es una distribución continua.

Administración y puntuación del CQT

El CQT se administra mediante el uso de una entrevista no acusatoria previa al examen, durante la cual el asunto bajo investigación es clarificado y todas las preguntas de prueba son revisadas con el examinado (American Polygraph Association, 2016; Raskin & Honts, 2002; Raskin, Honts & Kircher, 2014; Handler & Nelson, 2008), seguido de la adquisición y grabación de los datos de prueba en respuesta a distintas iteraciones de una secuencia de preguntas de estímulo que incluyen el estímulo objetivo relevante o de investigación objetivo, estímulos de preguntas de comparación de (Kircher y Raskin, 1988; Bell et al., 1999; Department of Defense, 2006; Handler & Nelson, 2008; Krapohl & Shaw, 2015) y otras preguntas de procedimiento. Una secuencia común de preguntas CQT para exámenes diagnósticos de evento específico, incluirá tres preguntas objetivo relevantes, y tres preguntas de comparación, y se repetirán de tres a cinco ocasiones (Bell, Raskin, Honts & Kircher, 1999; Department of Defense, 2006; Handler & Nelson, 2008; Krapohl & Shaw, 2015). Tradicionalmente, los datos del CQT constan de tres series de grabaciones de tres sensores distintos, que incluyen los sensores respiratorios torácicos y abdominales, un sensor de actividad electrodérmica (EDA) y un sensor de actividad cardiovascular. Se puede incluir también un sensor vasomotor, a veces también referido como un pletismógrafo fotoeléctrico (PLE o PPG). Los datos se transforman en puntuaciones numéricas para cada presentación de los estímulos y para cada sensor de grabación.

Las respuestas fisiológicas a los estímulos CQT se codifican utilizando una rúbrica no paramétrica. Por convenio, se asignan puntuaciones positivas a las respuestas CQT cuando hay un mayor cambio en la actividad fisiológica en respuesta a los estímulos de comparación, mientras que se asignan puntuaciones negativas cuando hay un mayor cambio fisiológico en respuesta a los estímulos objetivo. Las puntuaciones de cero pueden presentarse cuando no existe diferencia interpretable en la respuesta, o cuando no hay respuesta a ambas, estímulos relevantes y de comparación, o cuando los datos no son interpretables debido a actividad física u otros artefactos en los datos (Department of Defense, 2006; Krapohl & Shaw, 2015; Nelson, Krapohl & Handler, 2008; Nelson et al., 2011). El número de puntuaciones se determinará por el número de preguntas relevantes, el número de sensores y el número de repeticiones de la secuencia de preguntas.

Cuando se utiliza el ESS, las puntuaciones del EDA tienen más peso que las puntuaciones de otros sensores. Esto se debe a que se ha demostrado que los datos de EDA están más estrechamente correlacionados con las diferencias entre los examinados con engaño y los veraces y aporta más información para un modelo óptimo de prueba en comparación con los datos de otros sensores (Ansley & Krapohl, 1999; Honts, Handler, Shaw & Gougler, 2015; Harris, Horner & McQuarrie, 2000; Kircher, Kristjansson, Gardner & Webb, 2005; Kircher y Raskin, 1988; Krapohl & McManus, 1999; Nelson, Krapohl & Handler, 2008; Podesny & Raskin, 1978; Podesny & Truslow, 1993; Raskin, Kircher, Honts & Horowitz, 1988). El procedimiento para darle más peso a las puntuaciones del EDA es simplemente duplicar todos los valores de enteros de puntuación del EDA. Por lo tanto, las puntuaciones del EDA serán -2, 0 y + 2 al utilizar el ESS, mientras que las puntuaciones de los otros sensores serán -1, 0 y + 1. De esta forma, las puntuaciones no paramétricas del ESS tienen la intención de aproximar una función estadística óptima. Esto es diferente a otros métodos de puntuación manual para los que se asume que los datos de varios sensores contribuyen equitativamente a la efectividad del modelo de clasificación.

Cálculo de la distribución de referencia multinomial

El cómputo de la distribución teórica de las puntuaciones del ESS comienza con una declaración de la hipótesis nula de la teoría analítica del CQT. La hipótesis nula dice que las respuestas fisiológicas no

se cargan sistemáticamente en el estímulo objetivo o en el de comparación, y en lugar de esto, ocurre de manera aleatoria en cada uno de los sensores de grabación.

Tanto la teoría analítica como la hipótesis nula se refieren a los datos y a la distribución de las puntuaciones para cada uno de los sensores de la misma manera que estos pertenecen al puntaje de gran total y subtotal de las preguntas. Se espera que los datos aleatorios, bajo la hipótesis nula, darán resultados sin sentido e impredecibles, y esto se observará en las tasas de precisión de la clasificación que no serán diferentes al azar. La distribución teórica de los puntajes ESS es multinomial porque hay más de dos puntuaciones posibles para cada sensor en la presentación del estímulo (referido generalmente como *estímulo ensayo*): -1, 0 y + 1. Bajo la hipótesis nula, las puntuaciones de los sensores no se cargan en forma sistemática alguna, y es por lo tanto uniforme o igualmente probable que ocurra¹².

Para cada sensor de registro, existe una distribución multinomial de los totales posibles de los sensores que se determina por el número de ensayos y por el número de puntuaciones posibles en los sensores para cada ensayo de estímulo. Por ejemplo: las distribuciones del sensor para cualquier prueba poligráfica de evento específico con tres preguntas relevantes y tres repeticiones de la secuencia de preguntas constará de nueve ensayos de estímulo para cada pregunta, para los que habrá tres puntajes posibles del sensor en cada ensayo (27 puntajes de sensor). Igualmente, las distribuciones del sensor para un examen de polígrafo con tres repeticiones de una secuencia de preguntas que incluye sólo dos preguntas relevantes constarán de seis estímulos de ensayo, nuevamente con tres puntuaciones posibles de los sensores en cada ensayo (18 puntajes de sensor). De la misma manera, las distribuciones de sensor para una prueba poligráfica de evento específico con cinco repeticiones de la secuencia de preguntas que incluye cuatro preguntas relevantes constarán de 20 ensayos de estímulo con tres puntuaciones posibles para los sensores en cada ensayo (60 puntajes de sensor).

Algunos exámenes del polígrafo son evaluados utilizando solamente los puntajes subtotales por pregunta; en este caso, el número de estímulos ensayo para el cálculo de la distribución del sensor multinomial se determinará por el número de repeticiones de la secuencia de preguntas de prueba. Por ejemplo: la distribución multinomial para las puntuaciones subtotales del sensor de un examen poligráfico de asunto múltiple con tres repeticiones de la secuencia de preguntas se calculará a partir de tres ensayos de estímulo, independientemente del número de estímulos relevantes.

Cómputo de la distribución multinomial para los totales de sensores

Una discusión completa de los cálculos multinomiales está fuera del alcance de este documento. Sin embargo, un ejemplo trabajado puede ser útil para ilustrar la idea básica. Ya que los resultados numéricos transformados para todos los sensores pueden recibir uno de los tres valores posibles para cada estímulo de ensayo, todas las distribuciones de los sensores son idénticas bajo la hipótesis nula. Primero, es necesario establecer un vocabulario coherente para describir las diferentes maneras de sumar los puntajes numéricos.

¹² La distribución multinomial puede también ser calculada con valores de probabilidad ponderados para las posibles puntuaciones de los sensores por cada estímulo prueba cuando existe una base satisfactoria de información para dar a conocer estos valores probabilísticos.

La tabla 1 presenta una puntuación de muestra, con datos aleatorios simulados, ilustrando el cálculo de los subtotales de pregunta, subtotales del sensor, totales del sensor, y puntaje de grant total¹³. Hay nueve distribuciones multinomiales distintas que se pueden calcular para las puntuaciones totales del sensor dependiendo del formato CQT. Esto se debe a que los formatos CQT pueden constar de dos, tres o cuatro preguntas relevantes, y se puede completar con tres, cuatro o cinco repeticiones de la secuencia de preguntas de prueba. Las distribuciones multinomiales del sensor pueden calcularse para los subtotales del sensor, para utilizarse cuando las reglas poligráficas de decisión hacen uso de subtotales de pregunta.

La hoja de puntuación de la tabla 1 muestra un examen con 9 ensayos de estímulo (es decir, hay tres repeticiones de una secuencia de preguntas que incluyen tres preguntas relevantes). Hay 19.683 permutaciones¹⁴ únicas de la hoja de puntuaciones en la tabla 1 y 55 combinaciones¹⁵ únicas no ordenadas para el número de puntuaciones de +, - y 0. El número de permutación única se calcula como n elevado a la potencia k (n^k) donde n es el número de las diferentes puntuaciones posibles y k es el número de ensayos. Las permutaciones son secuencias ordenadas únicas, y no son lo mismo que las combinaciones. El número de combinaciones no ordenadas se calcula como $(n+k-1)! / (k! * (n-1)!)$ donde el "!" indica el factorial¹⁶.

El número de puntuaciones de sensor posibles para cada distribución multinomial de sensores esta en función del número de ensayos de estímulo utilizando esta fórmula: $2 * k + 1$, donde k es el número de ensayos de estímulo. Por ejemplo, la distribución multinomial para los totales de los sensores con nueve ensayos incluirá 19 valores posibles ($2 * 9 + 1 = 19$) para los totales de los sensores, que van desde -9 a +9 incluyendo el valor 0.

13 El término subtotal del sensor se refiere a la suma de las repeticiones de cada pregunta relevante individual para un sensor de registro. El total del sensor se refiere a la suma de todas las puntuaciones para todas las repeticiones para todas las preguntas relevantes para un sensor de registro. La suma de los subtotales de los sensores será igual al total del sensor. El término gran total es usado para referirse a la suma de todas las puntuaciones de los sensores para todas las repeticiones de todas las preguntas relevantes. Subtotal de pregunta se refiere a la suma de todas las puntuaciones de los sensores para todas las repeticiones para cada pregunta relevante individual. La suma de la puntuación de los subtotales de pregunta será igual a la puntuación del gran total. No existe un uso matemático para los subtotales para cada presentación de cada estímulo, ni para los subtotales del sensor para cada repetición de la secuencia de preguntas estímulo en el cálculo de la distribución multinomial de las puntuaciones CQT.

14 Las permutaciones son secuencias ordenadas únicas de las 9 puntuaciones las cuales consisten de los valores +, -, y 0. Las permutaciones son inmutables, lo que significa que las posiciones de los elementos de una permutación no son intercambiables. En otras palabras, la permutación (1, 2, 3) no es la misma que la permutación (3, 2, 1) o (2, 1, 3) o cualquier otro orden de los mismos valores.

15 Las combinaciones son secuencias de elementos que son mutables, lo que significa que las posiciones de los elementos en la secuencia pueden ser movidas sin cambiar el valor de la secuencia. En otras palabras, la combinación (1, 2, 3) es la misma que (3, 2, 1) porque el orden de los elementos es diferente pero los elementos por si mismos son los mismos.

16 La forma general de la fórmula combinatoria es $n! / ((n-k)! * k!)$ para los que ejemplos comunes tienen una k menor que n . Cálculos factoriales pueden convertirse rápidamente grandes y complejos haciendo las convenciones algebraicas útiles. Por ejemplo: ¿Cuántos grupos únicos de 3 personas pueden ser hechos con 10 personas? Respuesta: $10! / (7! * 3!) = (10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1) / ((7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1) * (3 * 2 * 1)) = (10 * 9 * 8) / (3 * 2 * 1) = 720 / 6 = 120$. El número de k ensayos en el contexto poligráfico no es limitado y puede exceder el valor de n . Por esta razón, podemos utilizar una versión diferente de la fórmula.

Tabla 1. Ejemplo de hoja de puntuación con subtotales por pregunta, gran total, subtotales de sensores y total de sensores.

Repetición 1	R1	R2	R3
Respiración	1	0	-1
EDA	0	-2	2
Cardio	1	0	0
Vasomotor	0	1	0
Repetición 2	R1	R2	R3
Respiración	0	1	0
EDA	2	0	-2
Cardio	1	0	-1
Vasomotor	-1	0	1
Repetición 3	R1	R2	R3
Respiración	-1	1	1
EDA	0	2	2
Cardio	0	-1	-1
Vasomotor	0	-1	0
Subtotales por pregunta	3	1	1
Subtotales por sensor	R1	R2	R3
Respiración	0	2	0
EDA	2	0	2
Cardio	2	-1	-2
Vasomotor	-1	0	1
Sensores	Totales por sensor	Blanco	
Respiración	2		
EDA	4		
Cardio	1		
Vasomotor	0		
Gran total	5		

El número de permutaciones y de combinaciones difiere de manera importante para los diferentes formatos CQT. La tabla 2 muestra el número de permutaciones únicas, de combinaciones no ordenadas y el número de puntuaciones diferentes de sensores posibles para las diferentes formaciones CQT. El número de permutaciones únicas puede pensarse como el número total de arreglos diferentes de las puntuaciones que posiblemente podrían ocurrir en la hoja de puntuación como se muestra en la Tabla 1. El número de permutaciones puede llegar a ser bastante grande. Por ejemplo: los totales del sensor para una prueba poligráfica con 20 estímulos de ensayo (es decir, cinco repeticiones de 1 secuencia de preguntas que incluye cuatro preguntas relevantes) incluirá 41 valores posibles ($2 * 20 + 1 = 41$) para los cuales hay 3,486,784,401 permutaciones únicas y 231 combinaciones no ordenadas. En cambio, el total del sensor para una prueba de polígrafo con 6 estímulos de ensayo (es decir, 3 repeticiones con 2 preguntas relevantes) incluirá 13 valores posibles desde -6 y hasta +6 para los que hay 729 permutaciones posibles con 28 combinaciones no ordenadas del número de puntuaciones de +, - y 0. El total del sensor para una sola pregunta relevante en un examen de asuntos múltiples que consta de tres repeticiones de la secuencia de preguntas de prueba va a incluir siete valores posibles ($2*3+1=7$) para las que hay 27 permutaciones únicas y 10 combinaciones no ordenadas.

Debido a que las combinaciones no están ordenadas (es decir, la ubicación de las puntuaciones en la hoja de calificación es permutable o cambiabile), las combinaciones del número de puntuaciones +, - y 0, y los totales resultantes de los sensores se producirán con mayor frecuencia que otros. Volviendo al ejemplo de un CQT con tres repeticiones de la secuencia de preguntas que incluye tres preguntas relevantes, con las 19,683 permutaciones únicas de las puntuaciones posibles +, - y 0, sólo hay una manera de lograr una puntuación particular de sensor + 9 porque las tres repeticiones de las tres preguntas relevantes deben producir una puntuación de sensor de +1 para lograr esta puntuación del sensor. De manera similar, sólo hay una manera de lograr una puntuación de sensor de -9. Sin embargo, hay 3,139 maneras diferentes para lograr una puntuación de sensor de 0.

Tabla 2. Permutaciones únicas (combinaciones no ordenadas) y [número diferente de puntuaciones] para totales por sensor.

	2 RQs	3 RQs	4 RQs	1 RQ (subtotal)
3 repeticiones	729 (28) [13]	19,683 (55) [19]	531,441 (91) [25]	27 (10) [7]
4 repeticiones	6561 (45) [17]	531,441 (91) [25]	43,046,721 (153) [33]	81 (15) [9]
5 repeticiones	59,049 (66) [21]	14,348,907 (136) [31]	3,486,784,401 (231) [41]	243 (21) [11]

El cálculo de las distribuciones multinomiales para las puntuaciones CQT requiere la enumeración de todas las permutaciones y combinaciones posibles. Con conjuntos de datos muy pequeños las permutaciones pueden ser enumeradas manualmente – incluso en ocasiones mentalmente cuando los datos son muy pequeños. Las ventajas de los conjuntos de datos más grandes son varias, e incluyen errores más pequeños de medición, mayor precisión, y granularidad reducida de los resultados numéricos. Cuando es posible, será más sencillo y más conveniente trabajar con combinaciones, en lugar de permutaciones, cuando los conjuntos de datos se hacen más grandes. Este es el propósito de los cálculos combinatorios y multinomiales.

Para calcular la tabla de referencia multinomial para las puntuaciones de los sensores, todo lo que es necesario es conocer el número de puntuaciones posibles para cada ensayo (+ 1,-1,0), los pesos de probabilidad asociados con cada puntuación posible (.333, .333, .333)¹⁷, y el número de ensayos k que serán utilizados (número de preguntas relevantes * número de repeticiones). En este ejemplo, el número de preguntas relevantes es tres y el número de repeticiones también es tres, por lo que el número de los ensayos k es 9. Para calcular el número de formas para lograr cada puntaje, primero es necesario enumerar las 55 combinaciones posibles de puntuaciones de los sensores (es decir, cuántas puntuaciones de + 1,-1, y 0)¹⁸, y luego sumar las puntuaciones de cada combinación y calcular la factorial para el resultado. Después será necesario calcular la factorial para el producto de las puntuaciones para cada combinación. Finalmente, podemos dividir las factoriales de las sumas por las factoriales de los productos. El resultado será el número de formas de lograr cada combinación de puntuaciones. Cada una de las 55 combinaciones de puntuaciones debe ser sumado después de multiplicar el número de cada puntuación posible por el valor de la puntuación, y será notado que las sumas serán similares para algunas combinaciones. Al sumar el número de formas para todas las sumas similares, podemos determinar el número total de formas para lograr cada una de las 19 puntuaciones posibles del sensor.

Como dijimos anteriormente, hay 12 distribuciones multinomiales de sensor necesarias para el ESS, incluyendo 9 distribuciones para totales del sensor y 3 para los subtotales del sensor. Estas distribuciones describirán el número de formas para lograr cada una de las puntuaciones posibles de los sensores junto con la proporción de formas de lograr cada puntuación comparada con la distribución. Aunque los conceptos matemáticos son simples por sí mismos, el cálculo de todas las formas de lograr todos los posibles totales y subtotales de sensores para todos los formatos de prueba del polígrafo podría convertirse una tarea laboriosa y agotadora si uno intentara hacer esto manualmente. Afortunadamente, las computadoras programables y los softwares estadísticos disponibles hoy en día pueden reducirnos lo arduo de estos cálculos cuando conocemos la fórmula y el procedimiento correcto.

La *función de probabilidad de masa*¹⁹(PMF) puede calcularse tomando el número total de formas de lograr cada puntuación posible de sensor y dividir eso por el número total de puntajes diferentes posibles de sensor. La PMF de cada puntuación del sensor se usará más adelante como el peso probable para las puntuaciones posibles del sensor al calcular la distribución multinomial de las puntuaciones de los sensores combinados. La Tabla 3 muestra la tabla de sensores multinomiales para una prueba de polígrafo con tres repeticiones de tres preguntas relevantes, incluyendo el número de formas de lograr cada puntuación posible del sensor y la función de la masa de probabilidad para cada puntuación.

17 Estas probabilidades son uniformes porque la distribución multinomial de los puntajes de sensores es calculado bajo la hipótesis nula de que mayores cambios en fisiología no están cargados sistemáticamente y están en cambio distribuidos de forma aleatoria, resultando en probabilidades uniformes para su ocurrencia.

18 Por ejemplo: si se tienen nueve puntajes de +1 entonces puede haber cero puntajes de -1 o 0. Si se tienen ocho puntajes de +1 entonces puede haber un puntaje de -1 y cero puntajes de 0, o un puntaje de 0 y cero puntajes de -1. Y así sucesivamente.

19 La función masa de probabilidad describe la proporción de puntajes de cada nivel en la distribución y puede ser usada para estimar la posibilidad de lograr un puntaje en particular bajo la hipótesis nula.

Tabla 3. Multinomial para el total de un sensor con tres repeticiones de tres preguntas relevantes.

Puntuación	Formas	<i>Pmf</i>
-9	1	.0001
-8	9	.0005
-7	45	.0023
-6	156	.0079
-5	414	.0210
-4	882	.0448
-3	1554	.0790
-2	2304	.1171
-1	2907	.1477
0	3139	.1595
1	2907	.1477
2	2304	.1171
3	1554	.0790
4	882	.0448
5	414	.0210
6	156	.0079
7	45	.0023
8	9	.0005
9	1	.0001

La *PMF* en la Tabla 3 se comparó con una simulación simple de Monte-Carlo de 1 millón iteraciones en un espacio de muestra que consta de $n=9$ selecciones aleatorias de la distribución uniforme de $[-.333, .333]$. Cada conjunto o iteración de nueve selecciones aleatorias dio lugar a una suma entre -9 y $+9$, para la cual los resultados se agregaron sobre 1 millón de iteraciones para determinar la proporción de resultados que produjo cada una de las posibles puntuaciones de enteros entre -9 y $+9$. Los resultados de la comparación entre el cálculo multinomial de forma cerrada de esta distribución y la simulación Monte Carlo se muestran en la figura 1. Existe una concordancia prácticamente perfecta entre las distribuciones, y las diferencias se hacen visibles sólo mediante la adición de una pequeña cantidad de ruido a una de las líneas. El significado de esto es que los cálculos multinomiales pueden considerarse correctos porque pueden ser verificados con una simulación para la que la intuición es más simple que la intuición para las matemáticas combinatorias.

Figura 1. Histograma que compara una simulación Monte-Carlo con la distribución del sensor multinomial de forma cerrada para tres repeticiones de una secuencia que incluye tres preguntas relevantes.

Las tablas de referencia para los totales de los sensores se muestran en los apéndices AC para los formatos CQT que constan de cinco repeticiones de la secuencia de las preguntas que constan de dos, tres y cuatro preguntas relevantes con puntuación de tres posiciones. El Apéndice D muestra la tabla de referencia para las puntuaciones por sensor para *subtotales* por sensor con cinco repeticiones de las preguntas relevantes con puntuación de tres posiciones.

Cómputo de la distribución de referencia multinomial para puntuaciones de sensores combinados

Debido a que no se puede realizar una clasificación utilizando el total de un solo sensor, la distribución de las *puntuaciones de sensor combinadas* será de mayor utilidad para los examinadores de campo que la distribución de las puntuaciones para los sensores individuales. La distribución de las puntuaciones combinadas de los sensores CQT es la combinación de las distribuciones de las puntuaciones de los sensores individuales utilizando el *pmf* para las puntuaciones de los sensores como coeficientes de ponderación.

Un aspecto importante de la distribución multinomial de los puntajes del ESS es que las puntuaciones de EDA tienen más peso que otras puntuaciones de sensor, en el intento de aproximar una función estadística óptima que puede ser logrado por darle una ponderación ingenua²¹.

21 Ingenuo en este contexto (analítico y estadístico) se refiere a la suposición, no necesariamente fundamentada por evidencia, de que no sabemos nada acerca de la importancia relativa y contribución de la data de los diferentes sensores al resultado final de la prueba y precisión del modelo de prueba.

Una consecuencia de esta ponderación es que los totales del sensor para las puntuaciones ESS son inmutables (es decir, las puntuaciones no pueden ser intercambiadas para los sensores) y la distribución multinomial no puede calcularse utilizando el método computacional más conveniente que implica las combinaciones no ordenadas de las puntuaciones de sensor. En cambio, la distribución multinomial de las puntuaciones ESS debe hacerse utilizando un método más exhaustivo que involucre permutaciones únicas. Afortunadamente, las computadoras hoy en día, una vez que se les dan las instrucciones correctamente codificadas, pueden realizar esta tarea fácilmente.

La distribución de los totales del sensor combinados – en forma de puntuación de gran total o de puntuación subtotal por pregunta – es también una distribución multinomial. Para la distribución de las puntuaciones combinadas de sensor, n es el número de puntuaciones posibles que pueden resultar para cada sensor (por ejemplo, $n = 19$ puntuaciones posibles que van de -9 a $+9$ cuando hay tres repeticiones de una secuencia de preguntas que incluye tres preguntas relevantes) mientras que k es el número de sensores incluidos en las puntuaciones de gran total o subtotal de la pregunta (es decir, $k = 4$ cuando se usan sensores de respiración, EDA, cardiovascular y vasomotor). Entonces, la distribución de los totales de los sensores combinados se determinará por el número de ensayos de estímulo y el número de sensores. La probabilidad de cada uno es expresada por el *pmf* para el total del sensor (como se muestra en la tabla 3).

Por lo tanto, la *pmf* para el total del sensor nos da los pesos de probabilidad para el cálculo de la distribución multinomial para los puntajes de sensores combinados. La distribución de las puntuaciones de los sensores combinados tendrá un rango de $2 * n + 1$ donde n es el producto del número de los sensores y el número de ensayos de estímulo. Siguiendo con el ejemplo previo, el puntaje de gran total para un examen con tres repeticiones de una secuencia de preguntas que incluye tres preguntas relevantes y cuatro sensores de grabación (respiración, EDA, cardio, y vasomotor) tendrá un rango de 91 puntajes posibles para el ESS. Esto se debe a que los cuatro sensores registrados tienen un máximo de puntuación combinada de 5 para cada ensayo de estímulo, debido a que en el ESS las puntuaciones de EDA se ponderan más que las otras puntuaciones de sensor, y porque ($5 * 9 = 45$) mientras que $2 * 45 + 1 = 91$. Esta distribución multinomial tiene 130,321 permutaciones únicas.

La tabla 4 muestra la distribución multinomial de las puntuaciones de gran total del ESS para un polígrafo con tres repeticiones de tres preguntas relevantes utilizando el conjunto de sensores tradicional (respiración, EDA, cardio), incluyendo el rango de puntajes posibles, número de formas de lograr cada puntuación y el *pmf* para cada puntuación CQT. También en la tabla 4 se muestra la *función de distribución acumulativa*²² (*cdf*), *continuidad corregida*²³ *pmf*, junto con las *posibilidades*²⁴.

22 La función de distribución acumulada es la suma acumulativa del *pmf*.

23 La corrección de continuidad es calculada al promediar todos los pares de los valores en celda. Esto tiene el efecto de colocar la ubicación del valor de probabilidad en el medio de la celda en vez de en los extremos. Esto es análogo a las apuestas en deportes en donde una apuesta es colocada en un valor puntual tal como 55.5 incluso cuando $\frac{1}{2}$ puntos nunca son calificados en la realidad. Esto permite una discusión sencilla de las posibilidades de que el puntaje real estará por encima o por debajo del

24 Las posibilidades son siempre presentadas en relación al valor de 1 e indican la probabilidad de lograr una puntuación de igual valor o más extremo.

Por último, ya que la estimación de puntos es de manera práctica menos útil que la estimación del intervalo, el 5° límite inferior percentil del intervalo de confianza fue calculado para las posibilidades utilizando el método de Clopper Pearson²⁵ para el binomio (Agresti & Coull, 1998; Clopper & Pearson, 1934; Newcombe, 1998; Thulin, 2014).

El límite inferior del intervalo Clopper Pearson nos permite estimar la proporción de experimentos repetidos que se podría esperar que excedan un umbral si es que los datos actuales nos están informando correctamente sobre la realidad. Cuando se utiliza en el contexto de la toma de decisiones Bayesiano, el intervalo de Clopper Pearson puede ser considerado como un *intervalo creíble que describe el nivel de confianza o de incertidumbre* acerca de conclusión probabilística y categórica^{26,27}

25 Este método de estimación de intervalos fue elegido por que se sabe que nunca tiene menos que la zona de cobertura nominal. En otras palabras, la tasa de cobertura real para un intervalo de confianza del 95% deberá exceder 95% dependiendo en los parámetros de entrada. Otros métodos de estimación de intervalos pueden tener tasas de cobertura reales menores que los nominales dependiendo en la entrada.

26 Los intervalos de credibilidad en el análisis Bayesiano son análogos a los intervalos de confianza en el análisis frecuentista, exceptuando que en análisis Bayesiano considera el criterio de interés como una probabilidad y la data como fija (p. ej., es la información disponible para calcular una conclusión). Por otra parte, los intervalos de confianza frecuentista consideran el criterio como fijo (la realidad existe solo en una forma) y consideran la data con una variable aleatoria para el cual el intervalo de confianza describe la probabilidad de obtener dicha data.

27 Por ejemplo: el límite inferior del intervalo de credibilidad Bayesiano podría decirnos que tenemos el 95% de certeza de que las probabilidades exceden un valor particular.

Tabla 4. Distribución multinomial de las puntuaciones de gran total del ESS para tres repeticiones de una secuencia de preguntas que incluye tres preguntas relevantes, con el número de formas de lograr cada puntuación, *pmf*, *cdf*, *cdf* de continuidad corregida, posibilidades y el 5° límite inferior percentil del intervalo Clopper-Pearson (se omiten los valores extremos).

puntaje	formas	<i>pmf</i>	<i>cdf</i>	<i>cdf</i> ContCor	odds	oddsLL05
-19	90	.0004	.0008	.0006	1712	11.27
-18	100	.0007	.0014	.0011	910.8	11.07
-17	108	.0011	.0025	.0020	503.7	10.73
-16	117	.0018	.0043	.0035	288.9	10.21
-15	124	.0029	.0072	.0058	171.4	9.47
-14	132	.0044	.0116	.0094	105.1	8.52
-13	138	.0064	.0179	.0148	66.37	8.45
-12	145	.0092	.0270	.0227	43.11	7.08
-11	150	.0127	.0394	.0336	28.73	6.28
-10	156	.0169	.0558	.0485	19.62	5.31
-9	160	.0220	.0771	.0681	13.69	4.35
-8	165	.0278	.1037	.0931	9.74	3.6
-7	168	.0341	.1360	.1242	7.05	2.9
-6	172	.0406	.1742	.1617	5.18	2.34
-5	174	.0471	.2181	.2057	3.86	1.87
-4	177	.0531	.2673	.2558	2.91	1.48
-3	178	.0584	.3211	.3115	2.21	1.17
-2	180	.0624	.3786	.3717	1.69	0.91
-1	180	.0649	.4386	.4350	1.3	0.71
0	181	.0658	.5000	.5000	1	0.55
1	180	.0649	.5614	.5650	1.3	0.71
2	180	.0624	.6214	.6283	1.69	0.91
3	178	.0584	.6789	.6885	2.21	1.17
4	177	.0531	.7327	.7442	2.91	1.48
5	174	.0471	.7819	.7943	3.86	1.87
6	172	.0406	.8258	.8383	5.18	2.34
7	168	.0341	.8640	.8758	7.05	2.9
8	165	.0278	.8963	.9069	9.74	3.6
9	160	.0220	.9229	.9319	13.69	4.35
10	156	.0169	.9442	.9515	19.62	5.31
11	150	.0127	.9607	.9664	28.73	6.28
12	145	.0092	.9731	.9773	43.11	7.08
13	138	.0064	.9821	.9852	66.37	8.45
14	132	.0044	.9885	.9906	105.1	8.52
15	124	.0029	.9928	.9942	171.4	9.47
16	117	.0018	.9957	.9966	288.9	10.21
17	108	.0011	.9975	.9980	503.7	10.73
18	100	.0007	.9986	.9989	910.8	11.07

La distribución mostrada en la tabla 4 también comparó una simulación simple de Monte-Carlo de 1 millón iteraciones. La simulación Monte-Carlo de las puntuaciones de gran total del ESS consistió de tres puntuaciones de sensor con un rango de -9 a + 9, que fueron muestreadas usando el pmf de la tabla 3 como coeficiente de ponderación del muestreo. Después de multiplicar las puntuaciones del EDA por dos, la suma para cada caso en la simulación fue de un entero entre -36 a + 36. Los resultados para 1 millón de simulaciones fueron agregados para el número y la proporción de iteraciones que produjo cada una de las puntuaciones posibles de -36 a + 36. Una comparación entre el cálculo multinomial de forma cerrada de esta distribución y la simulación de Monte Carlo se muestra en la Figura 2. Hay de nuevo una concordancia prácticamente perfecta entre las distribuciones y las diferencias se hacen visibles sólo a través de la adición de una pequeña cantidad de ruido en una de las líneas.

Figura 2. Histograma que compara una simulación Monte Carlo de las puntuaciones de CQT con los cálculos de forma cerrada de la distribución de puntajes de gran total ESS con tres repeticiones de una secuencia que incluye tres preguntas relevantes usando los sensores de respiración, EDA y cardio.

Los apéndices IK muestran las distribuciones de referencia multinomiales para los puntajes de gran total de secuencias de preguntas CQT que incluyen dos, tres y cuatro preguntas relevantes con la adición del sensor vasomotor. El apéndice L muestra las distribuciones de referencia multinomiales de puntajes *subtotales del* CQT las usando el sensor vasomotor adicional. Estas tablas de referencia pueden servir como la función de verosimilitud para los métodos de clasificación ingenuos Bayesianos, y pueden ser de interés para aquellos que desean estudiar o replicar los cálculos multinomiales de forma cerrada, o que quieran comparar estos resultados con la simulación. Las tablas de referencia como las que se muestran en la Tabla 4 y las de los apéndices pueden utilizarse para determinar los puntos de corte de la significancia estadística precios a la prueba y también se puede utilizar para los valores estadísticos asociados con un resultado de la prueba.

La determinación de los puntos de corte utilizando la tabla 4 es solo cuestión de observar la última columna, para el límite más bajo del intervalo Clopper-Pearson para las posibilidades, y luego seleccionar el valor más pequeño que es mayor que 1 junto con el valor más grande que es menor que -1 y entonces

mirar en la primera columna para determinar el punto de corte para esas posibilidades. La tabla 4 muestra que los puntos de corte de + 3 y -3 exceden las posibilidades 1 y -1, lo que significa que las puntuaciones que equivalen o exceden estos puntos de corte son probablemente significativos para mejorar nuestro conocimiento si empezamos asumiendo que no sabemos nada. La tabla 4 también se puede utilizar para determinar las posibilidades asociadas con el puntaje de prueba. Para hacer esto, simplemente localice la puntuación en la columna más a la izquierda y a continuación, seleccione el valor correspondiente de la última columna para el límite inferior del intervalo de Clopper-Pearson donde las puntuaciones que exceden los valores 1 y -1 son estadísticamente significativos al nivel de .05 (de una cola)

Las tablas de referencia como la que se muestra en la Tabla 4 pueden reducir la necesidad del recálculo intensivo de procedimientos de un rango de valores que pueden usarse repetidamente. Por esta razón, y para reducir la carga de trabajo computacional para aquellos que deseen estudiar o trabajar con las distribuciones multinomiales para puntuaciones CQT, todas las distribuciones de interés del ESS de los formatos de polígrafo de práctica de campo en uso hoy en día pueden ser calculados y guardados en una serie de tablas de referencia. Los apéndices EG muestran las distribuciones de referencia multinomiales para los puntajes de gran total de CQT de secuencias de preguntas que incluyen dos, tres, y cuatro preguntas relevantes utilizando el conjunto de sensores tradicionales de respiración, EDA y cardio. El Apéndice H muestra la distribución de las puntuaciones de subtotal del CQT junto con la corrección de multiplicidad²⁸ para los puntajes de dos, tres y cuatro preguntas relevantes²⁹ usando el conjunto de sensores tradicional. Los apéndices IK muestran las distribuciones de referencia multinomiales para puntajes de gran total de las secuencias de preguntas CQT que incluyen dos, tres, y cuatro preguntas relevantes con la adición del sensor vasomotor. El Apéndice L muestra la distribución de referencia multinomial de las puntuaciones subtotales del CQT con corrección de multiplicidad para dos, tres y cuatro preguntas relevantes utilizando el sensor vasomotor adicional. Estas tablas de referencia pueden servir como la función de verosimilitud para los métodos de clasificación ingenuos de Bayes, y pueden ser de interés para aquellos que deseen estudiar o replicar el cálculo multinomial de forma cerrada o para comparar estos resultados con la simulación.

La comparación de la Tabla 4, para tres repeticiones de una secuencia de preguntas con tres preguntas relevantes, con la del Apéndice F, para cinco repeticiones de una secuencia de preguntas con tres preguntas relevantes, muestra que, aunque los valores estadísticos pueden diferir ligeramente, los puntajes enteros de corte son idénticos. Por esta razón, las tablas en los Apéndices EL muestran solamente los cálculos con cinco repeticiones. La Tabla 5 muestra los puntajes de corte de ESS para la significancia estadística de polígrafos de evento específico utilizando las distribuciones de referencia multinomiales con una cola de alfa = .05 para el límite inferior del intervalo de Clopper Pearson tanto para las clasificaciones positivas como negativas. La Tabla 6 muestra los puntajes de corte de ESS para los puntajes subtotales de los polígrafos interpretados bajo el supuesto del criterio de varianza independiente. La inspección de las Tablas 5 y 6 indica que las puntuaciones de corte enteras, determinadas por el límite inferior del intervalo de Clopper Pearson, son diferentes cuando se usa el sensor vasomotor.

28 Las posibilidades corregidas de multiplicidad fueron calculadas como el exponente del logaritmo natural de las probabilidades subtotales divididas entre el número de preguntas relevantes elevadas al valor signo del puntaje subtotal más bajo [$\exp(\log(\text{minSubtotal odds}) / \text{numberRQs}^{\text{minSubtotalSign}})$].

29 En la práctica únicamente el puntaje subtotal más bajo es usado para la clasificación aunque la corrección de multiplicidad es calculada en función del número de preguntas relevantes.

Tabla 5. Puntajes de corte de ESS para puntajes de gran totale de exámenes de evento específico utilizando las distribuciones de referencia multinomiales, usando una cola de alfa = .05 para el límite inferior del intervalo Clopper Pearson para clasificaciones positivas y negativas (puntuaciones de corte subtotal corregidas por multiplicidad entre paréntesis).

	2 RQs	3 RQs	4RQs
Respiración, EDA, Cardio	+3 / -3 (-5)	+3 / -3 (-7)	+3 / -3 (-9)
Respiración, EDA, Cardio, Vasomotor	+3 / -3 (-5)	+3 / -3 (-7)	+3 / -3 (-9)

Tabla 5. Puntajes de corte ESS para las puntuaciones subtotales de exámenes de asuntos múltiples utilizando las distribuciones de referencia multinomiales, usando una cola de alfa = .05 para el límite inferior del intervalo Clopper Pearson sin corrección estadística para clasificaciones positivas y con corrección estadística para clasificaciones negativas.

	2 RQs	3 RQs	4RQs
Respiration, EDA, Cardio	+2 / -3	+1 / -3	+1 / -3
Respiration, EDA, Cardio, Vasomotor	+2 / -3	+1 / -3	+1 / -3

Discusión

Contar cosas es una actividad humana ancestral - tal vez la segunda, tercera, o posiblemente al menos una de las cinco profesiones más antiguas. El progreso humano y el progreso científico pueden considerarse, en muchos sentidos, en función de las mejoras en nuestra capacidad para contar y cuantificar cosas. Los cálculos combinatorios y multinomiales son simplemente una forma de contar las cosas para las cuales pueden existir diferentes combinaciones posibles.

Para apreciar la importancia de las distribuciones de probabilidad tanto teóricas como empíricas, es útil recordar la diferencia entre las dos. Las distribuciones empíricas se basan en la observación de resultados en un conjunto de datos para una población, muestra o individuo. Por otro lado, las distribuciones de probabilidad teóricas se basan en una función matemática que define la distribución de valores que posiblemente podrían ocurrir dentro de nuestra comprensión teórica de los datos. También será útil recordar que la probabilidad, en general, se refiere a la medición de la incertidumbre y a la posibilidad de que ocurra un evento determinado.

Un objetivo primordial de la ciencia es aprender los hechos y principios generales sobre cómo funcionan la realidad y el universo. Pero el volumen de fenómenos y datos en el universo es demasiado grande para trabajarlos, por lo que la ciencia a menudo requiere que intentemos aprender de los datos de muestreo. La estadística inferencial y la teoría de la probabilidad intentan ayudarnos a determinar qué se puede decir de forma razonable sobre la realidad y el universo con base en nuestro análisis de los datos disponibles. En el contexto del polígrafo o de otra prueba científica, las estadísticas y la teoría de la probabilidad intentan ayudarnos a determinar qué se puede decir sobre el sujeto de prueba. La estadística es simplemente el lenguaje matemático de la ciencia, porque el objetivo de la cuantificación está directamente relacionado con el objetivo del conocimiento científico.

La estadística inferencial comienza con la observación de datos empíricos para determinar la distribución de los valores observados, y finaliza haciendo referencia a una distribución teórica. Las distribuciones teóricas son el núcleo de la toma de decisiones estadísticas porque nos permiten hacer estimaciones matemáticas de tablas de réplicas sobre fenómenos importantes para los cuales no podemos obtener ni una medición física ni una observación determinista perfecta. El uso del término teórico no debe malinterpretarse como si implicara especulación o impracticabilidad. Las distribuciones teóricas se encuentran en el núcleo de las estadísticas inferenciales porque nos permiten hacer estimaciones y predicciones racionales y replicables sobre cualquier fenómeno para el que no se pueda lograr una solución determinista o una medición física.

Se pueden sugerir interpretaciones ligeramente diferentes mediante el uso de distribuciones empíricas y teóricas. El uso de distribuciones empíricas en el ESS original involucró una suposición pragmática de que el resultado de la prueba pertenecía a uno de dos grupos si el puntaje de la prueba satisfacía un umbral de probabilidad específico que definía el límite de significancia estadística para el grupo opuesto. Hay dos distribuciones empíricas porque buscamos una de dos clasificaciones. La evaluación de los datos del CQT, utilizando una distribución teórica depende de una sola distribución calculada bajo la hipótesis nula de que los datos de CQT no son sistémicos o carecen de sentido, y ocurren solo al azar. En lugar de comparar los datos de prueba con un umbral estadístico para la clasificación opuesta, el uso de la distribución teórica requiere la comparación de los datos de prueba y de la hipótesis de que los datos se cargan sistemáticamente en función del engaño y la veracidad, en contra de la hipótesis nula de respuestas aleatorias. Se puede hacer una interpretación de la significación estadística cuando el puntaje de la prueba satisface una decisión o límite de clasificación que se puede especificar en términos de una proporción o de tasa de posibilidades que describe la carga de las puntuaciones numéricas y de las respuestas fisiológicas ante los estímulos de prueba. Ambas distribuciones empíricas y teóricas se pueden utilizar en la clasificación Bayesiana y en los modelos de decisión.

Las distribuciones teóricas de referencia para los puntajes CQT pueden proporcionar una estimación de probabilidad importante, útil y generalizable para los puntajes del ESS. Mientras que las distribuciones de referencia empíricas dependen en gran medida de la representatividad de un volumen de datos de muestreo disponibles, las distribuciones teóricas dependen más directamente de la validez de la teoría operacional o analítica – de que los datos se cargan sistemáticamente en función del engaño o de la verdad. El valor de una teoría analítica y operacional para la prueba de preguntas de comparación es que las respuestas a las preguntas acerca de la validez se basan más en observaciones acerca del comportamiento de la prueba en el mundo real, que en comprender el mecanismo psicológico o fisiológico exacto que explica por qué funciona la prueba - aunque las preguntas sobre los constructos psicológicos y fisiológicos seguirán siendo áreas importantes para la investigación científica y la investigación.

Las distribuciones teóricas se basan en la expresión matemática y la prueba matemática de nuestra comprensión de la realidad, y se pueden comparar con la observación práctica de los datos empíricos existentes. La efectividad de cualquier interpretación del significado categórico práctico de las conclusiones de probabilidad teórica de los resultados de la prueba del polígrafo se basará tanto en la exactitud de las expresiones matemáticas como en la exactitud de la suposición teórica de que las respuestas ante diferentes tipos de estímulos de prueba varían o no en función de la veracidad o el engaño a las preguntas objetivo. Que los datos no sistemáticos y sin sentido puedan ser caracterizados por números aleatorios está bien probado hasta el punto en que se acepta como axiomático.

Resumen

Este proyecto involucró el cálculo de distribuciones de referencia teóricas para las puntuaciones ESS de formatos CQT que constan de hasta cinco repeticiones de una serie de preguntas que pueden incluir dos, tres o cuatro preguntas relevantes, además del cálculo de las distribuciones de referencia para puntajes subtotales. La distribución teórica de las puntuaciones del ESS para los datos del CQT tomarán la forma de una distribución multinomial discreta determinada por el número de preguntas relevantes, el número de repeticiones de los estímulos de prueba y el número de sensores de registro fisiológico. En la teoría de la probabilidad, las distribuciones multinomiales proporcionan la probabilidad de observar cualquier combinación particular de ítems para un conjunto de resultados posibles que se repiten en múltiples ocasiones.

La computación de la distribución teórica multinomial para las puntuaciones del CQT comienza con el cálculo de la distribución multinomial de las puntuaciones de los sensores individuales de los registros fisiológicos. La distribución multinomial del sensor está en función del número de resultados posibles para cada ensayo de estímulo. El número de presentaciones de estímulo para cada sensor individual está en función del número de preguntas relevantes y del número de repeticiones. Las prácticas de campo requieren del uso de tres a cinco repeticiones de las preguntas de la prueba. Los formatos CQT para polígrafos de evento específico pueden incluir de dos a cuatro estímulos objetivo-relevantes. Los formatos de prueba que se interpretan bajo la suposición de varianza de criterio independiente también pueden incluir de dos a cuatro estímulos objetivo. La distribución de los puntajes de las pruebas CQT es la distribución multinomial de las distribuciones multinomiales combinadas para el conjunto de los sensores de grabación. Los sensores de grabación incluyen tradicionalmente los sensores de respiración, EDA y de cardio y también pueden incluir un sensor vasomotor.

Se calcularon dos versiones de los datos de referencia multinomiales, utilizando el conjunto tradicional de sensores de respiración, EDA y cardio, y también con la adición de un sensor vasomotor. Esto representa un avance importante para la prueba de polígrafo porque los algoritmos de puntuación publicados previamente y las tablas de referencia empírica publicadas anteriormente no incluían datos del sensor vasomotor. La incorporación de nuevos datos de sensores a los métodos de prueba y análisis existentes es una tarea no trivial.

Los cálculos de forma cerrada de las distribuciones de referencia multinomiales se compararon gráficamente con los resultados de la simulación Monte Carlo, y mostraron que se puede esperar que los dos métodos produzcan resultados de distribución prácticamente idénticos. Se proporciona una descripción general del cálculo de las distribuciones de referencia multinomiales para su réplica y para los lectores que deseen desarrollar su intuición y comprensión de los cálculos multinomiales y de las distribuciones multinomiales.

Las distribuciones teóricas pueden ser útiles para hacer inferencias frecuentistas replicables acerca de los datos empíricos, y también pueden ser útiles como una función de verosimilitud para el análisis Bayesiano. Mientras que las distribuciones empíricas proporcionan la base para la estimación probabilística que los datos observados de una prueba podrían producir por un miembro de la población representados por una distribución de referencia empírica, las distribuciones teóricas pueden proporcionar la base para una función de verosimilitud en el análisis Bayesiano.

El análisis de Bayes³⁰ permite la inferencia de la causa de los datos - que es una conclusión más directa e intuitiva acerca de la probabilidad de que un resultado de prueba poligráfica fuera producido por una persona con engaño o veracidad.

El propósito de cualquier sistema de puntuación es doble. Primero, debe intentar optimizar la efectividad del modelo de clasificación y de la interpretación de los resultados de las pruebas³¹. En segundo lugar, debe ayudar a permitir el cálculo de estimaciones razonables de la probabilidad de que la clasificación sea correcta o incorrecta. Se espera que cualquier método analítico o de calificación válido sea respaldado por suposiciones teóricas que puedan ser claramente establecidas y expresadas matemáticamente.

Una teoría científica es una expresión de nuestras suposiciones o conclusiones del universo, o de algún aspecto de él, y nos dice qué aspectos de nuestra observación del universo se pueden entender de una manera que sea consistente con nuestra comprensión de otras observaciones y otras suposiciones. La representación matemática de una teoría nos permite predecir con mayor confiabilidad las consecuencias o resultados que se puede esperar que sigan después de la suposición de la teoría. Una teoría inválida, o más bien una hipótesis inválida, será inútil. Ninguna cantidad de pretensiones harán útil a una hipótesis inválida, y la única forma de mantener una teoría inválida será desconectarse de la realidad y participar o intelectuar en la práctica de la pseudociencia. Si la teoría analítica del polígrafo es correcta, entonces una comprensión computacional e intuitiva de estas distribuciones de referencia multinomiales puede ser de cierta utilidad tanto para los científicos como para los practicantes de campo.

Una ventaja de la distribución teórica y del enfoque Bayesiano es que la sustitución o adición de características de evaluación y sensores de registro puede ser una cuestión simple cuando se hacen suposiciones ingenuas. El uso de la distribución teórica también puede ofrecer ventajas potenciales como la solidez frente a la diferencia del grupo, y una ruta más sencilla hacia el estudio y la comprensión del valor empírico y práctico del resultado de la prueba del polígrafo. Aumentar la conciencia y la competencia de los profesionales de la poligrafía en la teoría y la aplicación de distribuciones de referencia teóricas puede mejorar la comprensión general del significado científico de los resultados de las pruebas poligráficas y puede ayudar a evitar interpretaciones incorrectas y expectativas poco realistas sobre la perfección determinista a partir de resultados de pruebas probabilísticas.

La disponibilidad de una distribución teórica para las puntuaciones de ESS puede ayudar a avanzar en la validez práctica y empírica de la prueba de polígrafo al aliviar las preocupaciones sobre la representatividad de los datos de muestreo disponibles. Esto se debe a que, a diferencia de las distribuciones empíricas, las distribuciones teóricas son abstracciones matemáticas que pueden ser sólidas frente a algunas diferencias grupales, siempre que la teoría analítica básica siga siendo válida para diferentes grupos.

30 El análisis Bayesiano requiere tres elementos: alguna data, una probabilidad previa, y una función de probabilidad a aplicar a la data de prueba con el objetivo de actualizar la probabilidad previa a una probabilidad posterior. Las probabilidades previas son un aspecto importante del análisis Bayesiano, pero no son abordadas en este manuscrito.

31 Las pruebas pueden ser optimizadas para diferentes propósitos, conforme a prioridades operacionales y objetivos a cumplir, incluyendo: sensibilidad de la prueba, especificidad de la prueba, errores falsos positivos, errores falsos negativos, valor predictivo positivo, valor predictivo negativo y cualquier otra métrica de precisión de la prueba.

Finalmente, este proyecto no incluye un análisis de datos empíricos. Se limita al cálculo matemático y a la simulación de las distribuciones teóricas de los puntajes CQT bajo la hipótesis nula de la teoría operativa o analítica de la prueba del polígrafo. Se requiere aún evidencia empírica para demostrar que la clasificación en las categorías de criterio de culpabilidad o inocencia corresponden de la manera esperada con las diferencias en la respuesta ante diferentes tipos de estímulos de prueba. En última instancia, la eficacia de un método de clasificación siempre seguirá siendo una preocupación empírica, especialmente cuando los resultados pueden desempeñar un papel en la toma de decisiones humanas. Se espera que la publicación de esta descripción de las distribuciones de referencia multinomiales y las tablas de referencia correspondientes para los puntajes CQT contribuyan a avanzar a la profesión del polígrafo a través del desarrollo de modelos de análisis más objetivos, responsables y replicables. Por supuesto, el examen efectivo de polígrafo de campo puede aún estar sujeta a limitaciones y requisitos en torno a la administración de la prueba. Y, como siempre, se recomienda investigación adicional.

Referencias

Abramowitz, M. & Stegun, I. A. (1972). Multinomial Coefficients. §24.1.2 [pp. 823-824] in Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, 10th printing. National Bureau of Standards (now National Institute of Standards and Technology).

Agresti, A. & Coull, B. A. (1998). Approximate is better than “exact” for interval estimation of binomial proportions. *American Statistician*, 52(2), 119-126.

American Polygraph Association (2011). Meta-analytic survey of criterion accuracy of validated polygraph techniques. *Polygraph*, 40(4), 196-305. [Electronic version] Retrieved August 20, 2012, from <http://www.polygraph.org/section/research-standards-apa-publications>.

American Polygraph Association (2016). Standards of Practice. Approved by the Board of Directors on September 1, 2015. [Electronic version] Retrieved August 12, 2017, from <http://www.polygraph.org>.

Barland, G. H. (1985). A method of estimating the accuracy of individual control question polygraph tests. *Proceedings of IDENTIA*, 1985, 142-147.

Bell, B. G., Raskin, D. C., Honts, C. R. & Kircher, J.C. (1999). The Utah numerical scoring system. *Polygraph*, 28(1), 1-9.

Chen, C. C. & Koh, K. M. (1992). *Principles and Technique in Combinatorics*. World Scientific.

Clopper, C.; Pearson, E. S. (1934). The use of confidence or fiducial limits illustrated in the case of the binomial. *Biometrika*. 26, 404-413.

Department of Defense (2006). Federal Psychophysiological Detection of Deception Examiner Handbook. Retrieved from <http://www.antipolygraph.org/documents/federal-polygraph-handbook-02-10-2006.pdf> on 3-31-2007. Reprinted in *Polygraph*, 40(1), 2-66.

Evans, M., Hastings, N. & Peacock, B. (2000). *Statistical Distributions*. 3rd ed. New York: Wiley. Handler, M. & Nelson, R. (2007). Polygraph terms for the 21st Century. *Polygraph*, 36, 157-164. Handler, M. & Nelson, R. (2008). Utah approach to comparison question polygraph testing. *European Polygraph*, 2, 83-110.

Handler, M., Shaw, P. & Gougler, M. (2010). Some thoughts about feelings: a study of the role of cognition and emotion in polygraph testing. *Polygraph*, 39, 139-154.

Harris, J., Horner, A. & McQuarrie, D. (2000). An evaluation of the criteria taught by the department of defense polygraph institute for interpreting polygraph examinations. Johns Hopkins University, Applied Physics Laboratory.

Honts, C., Handler M., Shaw P., & Gougler M. (2015). The vasomotor response in the comparison question test. *Polygraph*. 44(1), 62-78.

Honts, C. R. & Peterson, C.F. (1997). Brief of the Committee of Concerned Social Scientists as Amicus Curiae United States v Scheffer. Available from the author.

Honts, C. & Raskin, D. (1988). A field study of the validity of the directed lie control question. *Journal of Police Science and Administration*, 16(1), 56-61.

Honts, C. R. & Reavy, R. (2015). The comparison question polygraph test: A contrast of methods and scoring. *Physiology and Behavior* 143, 15-26.

Kircher, J. C., Kristjansson, S. D., Gardner, M. K. & Webb, A. (2005). Human and computer decision-making in the psychophysiological detection of deception. University of Utah, Salt Lake City.

Kircher, J. C. & Raskin, D.C. (1988). Human versus computerized evaluations of polygraph data in a laboratory setting. *Journal of Applied Psychology*, 73, 291-302.

Kircher, J., Packard, T., Bell, B. G., & Bernhardt P. C. (2010). Effects of prior demonstrations of polygraph accuracy on outcomes of probable-lie and directed-lie polygraph tests. *Polygraph*. 39(1), 22-66.

Krapohl, D. J. (2002). Short report: Update for the objective scoring system. *Polygraph*, 31, 298-302.
Krapohl, D. & McManus, B. (1999). An objective method for manually scoring polygraph data. *Polygraph*, 28, 209-222.

Krapohl, D. J. & Shaw, P, K. (2015). *Fundamentals of Polygraph Practice*. Elsevier.

MacLaren, V. & Krapohl, D. (2003). Objective assessment of comparison question polygraphy. *Polygraph*, 32, 107-126.

Nelson, R. (2014). What does the polygraph measure? *APA Magazine* 47(2), 39-47. Nelson, R. (2015a). Scientific basis for polygraph testing. *Polygraph* 41(1), 21-61.

Nelson, R. (2015b). One word essay (more or less): What does the polygraph measure? *APA Magazine* 48(2), 29-31.

Nelson, R. & Handler, M. (2012). Using normative reference data with diagnostic exams and the Empirical Scoring System. *APA Magazine*, 45(3), 61-69.

Nelson, R. & Handler, M. (2015). Statistical reference tables for comparison question polygraphs. *Polygraph*, 44(1), 91-114.

Nelson, R., Handler, M., Shaw, P., Gougler, M., Blalock, B., Russell, C., Cushman, B. & Oelrich, M. (2011). Using the Empirical Scoring System. *Polygraph*, 40, 67-78.

Nelson, R., Krapohl, D. & Handler, M. (2008). Brute force comparison: A Monte Carlo study of the Objective Scoring System version 3 (OSS-3) and human polygraph scorers. *Polygraph*, 37, 185-215.

Newcombe, R. G. (1998). Two sided confidence intervals for the single proportion: comparison of seven methods. *Statistics in medicine*, 17(8), 857-872.

Olver, F. W. J., Lozier, D. W., Boisvert, R. F., Clark, C. W. (2010). NIST Handbook of Mathematical Functions. National Institute of Standards and Technology (NIST), U.S. Department of Commerce, Cambridge University Press.

Podlesny, J. A. & Raskin, D. C. (1978). Effectiveness of techniques and physiological measures in the detection of deception. *Psychophysiology*, 15, 344-359.

Podlesny, J. A. & Truslow, C. M. (1993). Validity of an expanded-issue (modified general question) polygraph technique in a simulated distributed-crime-roles context. *Journal of Applied Psychology*, 78, 788-797.

Raskin, D. C. & Honts, C. R. (2002). The comparison question test. In M. Kleiner (Ed.), *Handbook of Polygraph Testing*. Academic Press.

Raskin, D. C., Honts, C. R. & Kircher, J. (2014). *Credibility Assessment: Scientific Research and Applications*. Elsevier.

Raskin, D. C., Kircher, J. C., Honts, C. R. & Horowitz, S.W. (1988). A study of the validity of polygraph examinations in criminal investigations. Final Report. National Institute of Justice, Grant No. 85-IJ-CX-0040.

Senter, S. M. & Dollins, A.B. (2003). New Decision Rule Development: Exploration of a two-stage approach. Report number DoDPI00-R-0001. Department of Defense Polygraph Institute Research Division, Fort Jackson, SC. Reprinted in *Polygraph*, 37(2), 149-164.

Senter, S., Weatherman, D., Krapohl, D. & Horvath, F. (2010). Psychological set or differential salience: a proposal for reconciling theory and terminology in polygraph testing. *Polygraph*, 39(2), 109-117.

Skiena, S. (1990). *Implementing Discrete Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Mathematica*. Addison-Wesley, Reading, MA.

Spiegel, M. R. (1992). *Theory and Problems of Probability and Statistics*. McGraw-Hill: New York.

Thulin, M. (2014). The cost of using exact confidence intervals for a binomial proportion. *Electronic Journal of Statistics*, 8, 817-840.

Wickens, T. D. (1991). Maximum-likelihood estimation of a multivariate Gaussian rating model with excluded data. *Journal of Mathematical Psychology*, 36, 213-234.

Wickens, T. D. (2002). *Elementary Signal Detection Theory*. Oxford.

Apéndice A.**Distribución de Referencia Multinomial para Sensores Totales con 5 Repeticiones de 2 Preguntas Relevantes**

Puntaje	Maneras	pmf
-10	1	<.0001
-9	10	.0002
-8	55	.0009
-7	210	.0036
-6	615	.0104
-5	1452	.0246
-4	2850	.0483
-3	4740	.0803
-2	6765	.1146
-1	8350	.1414
0	8953	.1516
1	8350	.1414
2	6765	.1146
3	4740	.0803
4	2850	.0483
5	1452	.0246
6	615	.0104
7	210	.0036
8	55	.0009
9	10	.0002
10	1	<.0001

Apéndice B.**Distribución de Referencia Multinomial para Sensores Totales con 5 Repeticiones de 3 Preguntas Relevantes**

Puntaje	Maneras	pmf
-15	1	<.0001
-14	15	<.0001
-13	120	<.0001
-12	665	<.0001
-11	2835	.0002
-10	9828	.0007
-9	28665	.0020
-8	71955	.0050
-7	157950	.0110
-6	306735	.0214
-5	531531	.0370
-4	827190	.0576
-3	1161615	.0810
-2	1477035	.1029
-1	1704510	.1188
0	1787607	.1246
1	1704510	.1188
2	1477035	.1029
3	1161615	.0810
4	827190	.0576
5	531531	.0370
6	306735	.0214
7	157950	.0110
8	71955	.0050
9	28665	.0020
10	9828	.0007
11	2835	.0002
12	665	<.0001

13	120	<.0001
14	15	<.0001
15	1	<.0001

Apéndice C.**Distribución de Referencia Multinomial para Sensores Totales con 5 Repeticiones de 4 Preguntas Relevantes**

Puntaje	Formas	<i>pmf</i>
-20	1	<.0001
-19	20	<.0001
-18	210	<.0001
-17	1520	<.0001
-16	8455	<.0001
-15	38304	<.0001
-14	146490	<.0001
-13	484500	.0001
-12	1409895	.0004
-11	3656360	.0010
-10	8533660	.0024
-9	18062160	.0052
-8	34880770	.0100
-7	61757600	.0177
-6	100640340	.0289
-5	151419816	.0434
-4	210859245	.0605
-3	272290140	.0781
-2	326527350	.0936
-1	363985680	.1044
0	377379369	.1082
1	363985680	.1044
2	326527350	.0936
3	272290140	.0781
4	210859245	.0605
5	151419816	.0434
6	100640340	.0289
7	61757600	.0177
8	34880770	.0100
9	18062160	.0052
10	8533660	.0024
11	3656360	.0010
12	1409895	.0004
13	484500	.0001
14	146490	<.0001

Distribuciones de Referencia Multinomiales para el ESS

Nelson

15	38304	<.0001
16	8455	<.0001
17	1520	<.0001
18	210	<.0001
19	20	<.0001
20	1	<.0001

Appendix D.**Distribución de Referencia Multinomial para Sensores Totales con 5 Repeticiones de Secuencia**

Puntajes	Maneras	pmf
-5	1	.0041
-4	5	.0206
-3	15	.0617
-2	30	.1235
-1	45	.1852
0	51	.2099
1	45	.1852
2	30	.1235
3	15	.0617
4	5	.0206
5	1	.0041

Apéndice E.**Distribución de Referencia Multinomial para Gran Total con 5 Repeticiones de 2 Preguntas Relevantes**

Puntaje	Formas	pmf	Cdf	cdfContCor	odds	oddsLL05
-19	130	.0006*	.0014	.0011	903.2	12.29
-18	140	.0010	.0024	.0019	517.3	11.91
-17	148	.0016	.0041	.0033	305.8	11.33
-16	157	.0025	.0066	.0053	186.2	10.53
-15	164	.0038	.0103	.0085	116.7	9.51
-14	172	.0055	.0158	.0131	75.11	9.51
-13	178	.0077	.0234	.0198	49.57	8.04
-12	185	.0106	.0339	.0290	33.49	7.22
-11	190	.0142	.0477	.0415	23.13	6.18
-10	196	.0184	.0656	.0578	16.3	5.12
-9	200	.0233	.0880	.0788	11.69	4.29
-8	205	.0287	.1155	.1049	8.53	3.5
-7	208	.0345	.1482	.1367	6.32	2.82
-6	212	.0404	.1862	.1743	4.74	2.28
-5	214	.0462	.2293	.2177	3.6	1.84
-4	217	.0515	.2771	.2665	2.75	1.47
-3	218	.0561	.3290	.3202	2.12	1.16
-2	220	.0595	.3842	.3778	1.65	0.92
-1	220	.0617	.4415	.4382	1.28	0.72
0	221	.0625	.5000	.5000	1	0.57
1	220	.0617	.5585	.5618	1.28	0.72
2	220	.0595	.6158	.6222	1.65	0.92
3	218	.0561	.6710	.6798	2.12	1.16
4	217	.0515	.7229	.7335	2.75	1.47
5	214	.0462	.7707	.7823	3.6	1.84
6	212	.0404	.8138	.8257	4.74	2.28
7	208	.0345	.8518	.8633	6.32	2.82
8	205	.0287	.8845	.8951	8.53	3.5
9	200	.0233	.9120	.9212	11.69	4.29
10	196	.0184	.9344	.9422	16.3	5.12
11	190	.0142	.9523	.9586	23.13	6.18
12	185	.0106	.9661	.9710	33.49	7.22
13	178	.0077	.9766	.9802	49.57	8.04
14	172	.0055	.9842	.9869	75.11	9.51
15	164	.0038	.9897	.9915	116.7	9.51
16	157	.0025	.9934	.9947	186.2	10.53
17	148	.0016	.9959	.9967	305.8	11.33
18	140	.0010	.9976	.9981	517.3	11.91
19	130	.0006*	.9986	.9989	903.2	12.29

*Se omiten valores extremos

Apéndice F.**Distribución de Referencia Multinomial para Gran Total ESS con 5 Repeticiones de 3 Preguntas Relevantes**

Puntaje	Formas	<i>Pmf</i>	<i>cdf</i>	cdfContCor	odds	oddsLL05
-22	360	.0009*	.0025	.0021	483	17.34
-21	370	.0013	.0038	.0031	317.7	16.38
-20	381	.0018	.0056	.0047	212.8	15.18
-18	400	.0035	.0115	.0098	100.6	13.93
-17	408	.0047	.0162	.0139	70.88	12.03
-16	417	.0062	.0223	.0193	50.72	11.12
-15	424	.0080	.0301	.0264	36.84	9.86
-14	432	.0102	.0402	.0355	27.14	8.48
-13	438	.0128	.0526	.0471	20.25	7.15
-12	445	.0157	.0680	.0613	15.31	6.13
-11	450	.0190	.0864	.0787	11.7	5.15
-10	456	.0226	.1081	.0996	9.04	4.27
-9	460	.0264	.1335	.1242	7.05	3.57
-8	465	.0304	.1624	.1526	5.55	2.99
-7	468	.0343	.1950	.1850	4.4	2.48
-6	472	.0382	.2310	.2213	3.52	2.05
-5	474	.0418	.2703	.2613	2.83	1.69
-4	477	.0449	.3125	.3046	2.28	1.4
-3	478	.0476	.3571	.3508	1.85	1.15
-2	480	.0495	.4036	.3992	1.51	0.95
-1	480	.0508	.4515	.4492	1.23	0.77
0	481	.0512	.5000	.5000	1	0.63
1	480	.0508	.5485	.5508	1.23	0.77
2	480	.0495	.5964	.6008	1.51	0.95
3	478	.0476	.6429	.6492	1.85	1.15
4	477	.0449	.6875	.6954	2.28	1.4
5	474	.0418	.7297	.7387	2.83	1.69
6	472	.0382	.7690	.7787	3.52	2.05
7	468	.0343	.8050	.8150	4.4	2.48
8	465	.0304	.8376	.8474	5.55	2.99
9	460	.0264	.8665	.8758	7.05	3.57
10	456	.0226	.8919	.9004	9.04	4.27
11	450	.0190	.9136	.9213	11.7	5.15
12	445	.0157	.9321	.9387	15.31	6.13
13	438	.0128	.9474	.9529	20.25	7.15
14	432	.0102	.9598	.9645	27.14	8.48
15	424	.0080	.9699	.9736	36.84	9.86
16	417	.0062	.9778	.9807	50.72	11.12
17	408	.0047	.9838	.9861	70.88	12.03
18	400	.0035	.9885	.9902	100.6	13.93
19	390	.0025	.9919	.9932	145.1	13.75
20	381	.0018	.9944	.9953	212.8	15.18
21	370	.0013	.9962	.9969	317.7	16.38
22	360	.0009*	.9975	.9979	483	17.34

*Se omiten valores extremos

Apéndice G.

Distribución de Referencia Multinomial para Gran Total ESS con 5 Repeticiones de 4 Preguntas Relevantes

Puntaje	Formas	Pmf	cdf	cdfContCor	odds	oddsLL05
-25	684	.0009*	.0029	.0024	407.7	21.86
-24	697	.0012	.0041	.0035	286.3	20.43
-23	708	.0016	.0057	.0049	203.6	18.75
-22	720	.0022	.0078	.0068	146.6	19.36
-21	730	.0028	.0107	.0093	106.9	17.1
-20	741	.0037	.0143	.0125	78.83	16.24
-19	750	.0047	.0190	.0167	58.81	13.85
-18	760	.0059	.0248	.0221	44.36	12.46
-17	768	.0074	.0321	.0287	33.81	10.92
-16	777	.0091	.0411	.0370	26.04	9.4
-15	784	.0110	.0519	.0471	20.24	8.24
-14	792	.0132	.0649	.0592	15.88	7.08
-13	798	.0156	.0801	.0737	12.57	6.01
-12	805	.0183	.0978	.0907	10.02	5.14
-11	810	.0211	.1182	.1104	8.06	4.36
-10	816	.0240	.1413	.1330	6.52	3.71
-9	820	.0270	.1671	.1585	5.31	3.14
-8	825	.0300	.1957	.1870	4.35	2.65
-7	828	.0329	.2270	.2185	3.58	2.24
-6	832	.0356	.2608	.2527	2.96	1.9
-5	834	.0381	.2968	.2895	2.45	1.6
-4	837	.0402	.3349	.3286	2.04	1.35
-3	838	.0420	.3746	.3697	1.71	1.14
-2	840	.0433	.4157	.4123	1.43	0.96
-1	840	.0441	.4576	.4559	1.19	0.81
0	841	.0444	.5000	.5000	1	0.68
1	840	.0441	.5424	.5441	1.19	0.81
2	840	.0433	.5843	.5877	1.43	0.96
3	838	.0420	.6254	.6303	1.71	1.14
4	837	.0402	.6651	.6714	2.04	1.35
5	834	.0381	.7032	.7105	2.45	1.6
6	832	.0356	.7392	.7473	2.96	1.9
7	828	.0329	.7730	.7815	3.58	2.24
8	825	.0300	.8043	.8130	4.35	2.65
9	820	.0270	.8329	.8415	5.31	3.14
10	816	.0240	.8587	.8670	6.52	3.71
11	810	.0211	.8818	.8896	8.06	4.36
12	805	.0183	.9022	.9093	10.02	5.14
13	798	.0156	.9199	.9263	12.57	6.01
14	792	.0132	.9351	.9408	15.88	7.08
15	784	.0110	.9481	.9529	20.24	8.24
16	777	.0091	.9589	.9630	26.04	9.4
17	768	.0074	.9679	.9713	33.81	10.92
18	760	.0059	.9752	.9780	44.36	12.46
19	750	.0047	.9810	.9833	58.81	13.85
20	741	.0037	.9857	.9875	78.83	16.24
21	730	.0028	.9894	.9907	106.9	17.1
22	720	.0022	.9922	.9932	146.6	19.36
23	708	.0016	.9943	.9951	203.6	18.75
24	697	.0012	.9959	.9965	286.3	20.43
25	684	.0009*	.9971	.9976	407.7	21.86

*Se omiten valores extremos

Apéndice H.

Distribución de Referencia Multinomial para Subtotales ESS con 5 Repeticiones

Puntaje	Formas	<i>pmf</i>	<i>cdf</i>	Cdf ContCor	odds	odds 2RQs	odds 3RQs	odds 4RQs	odds LL05	odds2RQLL 05	odds3RQ LL05	odds4RQ LL05
-14	16	.0005*	.0007	.0005	1970	44.38	12.54	6.66	6.11	4.19	2.85	2.1
-13	20	.0011	.0018	.0013	778.5	27.9	9.2	5.28	6.01	4	2.46	1.8
-12	25	.0022	.0040	.0029	339.5	18.43	6.98	4.29	5.82	3.56	2.17	1.55
-11	30	.0042	.0082	.0062	161.1	12.69	5.44	3.56	5.46	2.87	1.84	1.35
-10	36	.0074	.0156	.0120	82.2	9.07	4.35	3.01	4.92	2.44	1.57	1.18
-9	40	.0122	.0275	.0219	44.7	6.69	3.55	2.59	4.2	2.11	1.34	1.05
-8	45	.0188	.0458	.0375	25.68	5.07	2.95	2.25	3.86	1.74	1.17	0.93
-7	48	.0272	.0719	.0607	15.48	3.94	2.49	1.98	3.23	1.47	1.02	0.83
-6	52	.0374	.1072	.0933	9.72	3.12	2.13	1.77	2.56	1.22	0.89	0.75
-5	54	.0487	.1524	.1367	6.32	2.51	1.85	1.59	2.02	1.02	0.78	0.68
-4	57	.0602	.2075	.1914	4.23	2.06	1.62	1.43	1.53	0.86	0.69	0.62
-3	58	.0710	.2717	.2571	2.89	1.7	1.42	1.3	1.15	0.72	0.61	0.56
-2	60	.0798	.3434	.3322	2.01	1.42	1.26	1.19	0.84	0.61	0.54	0.51
-1	60	.0855	.4203	.4143	1.41	1.19	1.12	1.09	0.61	0.51	0.48	0.47
0	61	.0875	.5000	.5000	1	1	1	1	0.43	0.43	0.43	0.43
1	60	.0855	.5797	.5857	1.41	2	2.83	4	0.61	0.84	1.13	1.49
2	60	.0798	.6566	.6678	2.01	4.04	8.12	16.32	0.84	1.47	2.35	3.33
3	58	.0710	.7283	.7429	2.89	8.35	24.13	69.71	1.15	2.4	3.75	4.75
4	57	.0602	.7925	.8086	4.23	17.85	75.4	318.5	1.53	3.5	4.83	5.79
5	54	.0487	.8476	.8633	6.32	39.91	252.2	1593	2.02	4.05	5.7	6.1
6	52	.0374	.8928	.9067	9.72	94.48	918.4	8927	2.56	5.05	6.04	6.16
7	48	.0272	.9281	.9393	15.48	239.6	3710	57430	3.23	5.68	6.14	6.17
8	45	.0188	.9542	.9625	25.68	659.7	16940	435200	3.86	5.99	6.17	6.18
9	40	.0122	.9725	.9781	44.7	1998	89300	3991000	4.2	6.11	6.18	6.18
10	36	.0074	.9844	.9880	82.2	6756	555300	4.57E+07	4.92	6.16	6.18	6.18
11	30	.0042	.9918	.9938	161.1	25940	4178000	6.73E+08	5.46	6.17	6.18	6.18
12	25	.0022	.9960	.9971	339.5	115300	3.91E+07	1.33E+10	5.82	6.18	6.18	6.18
13	20	.0011	.9982	.9987	778.5	606100	4.72E+08	3.67E+11	6.01	6.18	6.18	6.18
14	16	.0005*	.9993	.9995	1970	3.88E+06	7.64E+09	1.51E+13	6.11	6.18	6.18	6.18

*Se omiten valores extremos

Apéndice I.

Distribución de Referencia Multinomial para Gran Totales ESS con 5 Repeticiones de 3 Preguntas Relevantes con Sensor PLE

Puntaje	Formas	<i>pmf</i>	<i>Cdf</i>	<i>cdfContCor</i>	odds	oddsLL05
-20	2481	.0008*	.0019	.0015	659.2	15.03
-19	2645	.0012	.0031	.0025	402.9	14.37
-18	2808	.0018	.0048	.0039	252.4	13.47
-17	2967	.0026	.0074	.0061	161.9	12.31
-16	3123	.0038	.0112	.0093	106.2	10.94
-15	3273	.0053	.0164	.0139	71.17	10.8
-14	3418	.0072	.0235	.0201	48.68	9.9
-13	3555	.0097	.0331	.0286	33.94	8.1
-12	3685	.0127	.0455	.0398	24.1	6.95
-11	3805	.0162	.0613	.0543	17.4	6.03
-10	3916	.0203	.0809	.0727	12.76	5.05
-9	4015	.0248	.1047	.0953	9.49	4.14
-8	4105	.0297	.1330	.1226	7.15	3.4
-7	4183	.0347	.1659	.1549	5.45	2.77
-6	4252	.0398	.2034	.1923	4.2	2.25
-5	4309	.0447	.2452	.2346	3.26	1.82
-4	4357	.0491	.2910	.2815	2.55	1.47
-3	4393	.0528	.3401	.3323	2.01	1.18
-2	4420	.0556	.3919	.3863	1.59	0.95
-1	4435	.0574	.4455	.4426	1.26	0.76
0	4441	.0580	.5000	.5000	1	0.6
1	4435	.0574	.5545	.5574	1.26	0.76
2	4420	.0556	.6081	.6137	1.59	0.95
3	4393	.0528	.6599	.6677	2.01	1.18
4	4357	.0491	.7090	.7185	2.55	1.47
5	4309	.0447	.7548	.7654	3.26	1.82
6	4252	.0398	.7966	.8077	4.2	2.25
7	4183	.0347	.8341	.8451	5.45	2.77
8	4105	.0297	.8670	.8774	7.15	3.4
9	4015	.0248	.8953	.9047	9.49	4.14
10	3916	.0203	.9191	.9273	12.76	5.05
11	3805	.0162	.9387	.9457	17.4	6.03
12	3685	.0127	.9545	.9602	24.1	6.95
13	3555	.0097	.9669	.9714	33.94	8.1
14	3418	.0072	.9765	.9799	48.68	9.9
15	3273	.0053	.9836	.9861	71.17	10.8
16	3123	.0038	.9888	.9907	106.2	10.94
17	2967	.0026	.9926	.9939	161.9	12.31
18	2808	.0018	.9952	.9961	252.4	13.47
19	2645	.0012	.9969	.9975	402.9	14.37
20	2481	.0008*	.9981	.9985	659.2	15.03

*Se omiten valores extremos

Apéndice J.**Distribución de Referencia Multinomial para Gran Total ESS con 5 Repeticiones de 3 Preguntas Relevantes con sensor PLE**

Puntaje	Formas	<i>Pmf</i>	<i>cdf</i>	<i>cdfContCor</i>	odds	oddsLL05
-24	9915	.0008*	.0023	.0019	518.7	21.4
-23	10248	.0011	.0034	.0028	352.2	20.18
-22	10572	.0015	.0048	.0041	242.7	18.69
-21	10888	.0020	.0069	.0059	169.7	16.95
-20	11193	.0027	.0096	.0082	120.4	17.25
-19	11488	.0036	.0132	.0114	86.55	14.98
-18	11770	.0047	.0179	.0156	63.05	13.98
-17	12040	.0061	.0239	.0210	46.52	12.51
-16	12295	.0077	.0316	.0280	34.75	10.89
-15	12536	.0097	.0411	.0367	26.26	9.29
-14	12760	.0119	.0527	.0475	20.06	8.05
-13	12970	.0144	.0668	.0607	15.49	6.83
-12	13163	.0172	.0835	.0765	12.07	5.74
-11	13342	.0202	.1031	.0953	9.5	4.85
-10	13504	.0235	.1257	.1172	7.53	4.06
-9	13652	.0269	.1514	.1424	6.02	3.41
-8	13783	.0303	.1803	.1710	4.85	2.85
-7	13900	.0336	.2122	.2030	3.93	2.39
-6	14000	.0369	.2471	.2383	3.2	2
-5	14086	.0398	.2847	.2766	2.62	1.67
-4	14155	.0424	.3247	.3177	2.15	1.39
-3	14210	.0446	.3667	.3611	1.77	1.16
-2	14248	.0461	.4102	.4064	1.46	0.97
-1	14272	.0471	.4548	.4529	1.21	0.8
0	14279	.0475	.5000	.5000	1	0.67
1	14272	.0471	.5452	.5471	1.21	0.8
2	14248	.0461	.5898	.5936	1.46	0.97
3	14210	.0446	.6333	.6389	1.77	1.16
4	14155	.0424	.6753	.6823	2.15	1.39
5	14086	.0398	.7153	.7234	2.62	1.67
6	14000	.0369	.7529	.7617	3.2	2
7	13900	.0336	.7878	.7970	3.93	2.39
8	13783	.0303	.8197	.8290	4.85	2.85
9	13652	.0269	.8486	.8576	6.02	3.41
10	13504	.0235	.8743	.8828	7.53	4.06
11	13342	.0202	.8969	.9047	9.5	4.85
12	13163	.0172	.9165	.9235	12.07	5.74
13	12970	.0144	.9332	.9393	15.49	6.83
14	12760	.0119	.9473	.9525	20.06	8.05
15	12536	.0097	.9590	.9633	26.26	9.29
16	12295	.0077	.9685	.9720	34.75	10.89
17	12040	.0061	.9761	.9790	46.52	12.51
18	11770	.0047	.9821	.9844	63.05	13.98
19	11488	.0036	.9868	.9886	86.55	14.98
20	11193	.0027	.9904	.9918	120.4	17.25
21	10888	.0020	.9931	.9941	169.7	16.95
22	10572	.0015	.9952	.9959	242.7	18.69
23	10248	.0011	.9966	.9972	352.2	20.18
24	9915	.0008*	.9977	.9981	518.7	21.4

*Se omiten valores extremos

Apéndice K.

Distribución de Referencia Multinomial para Gran Total ESS con 5 Repeticiones de 4 Preguntas Relevantes con Sensor PLE

Puntaje	Formas	<i>pmf</i>	<i>cdf</i>	<i>cdfContCor</i>	odds	oddsLL05
-27	25602	.0008*	.0029	.0025	401.4	26.27
-26	26128	.0011	.0040	.0034	290	24.39
-25	26638	.0014	.0054	.0047	211.8	22.26
-24	27133	.0019	.0073	.0064	156.3	22.92
-23	27610	.0024	.0097	.0085	116.5	20.21
-22	28070	.0031	.0128	.0113	87.72	19.23
-21	28510	.0039	.0167	.0148	66.68	16.45
-20	28931	.0049	.0215	.0192	51.17	14.88
-19	29330	.0060	.0274	.0246	39.62	13.13
-18	29710	.0073	.0347	.0313	30.95	11.81
-17	30068	.0088	.0434	.0394	24.38	10.08
-16	30407	.0106	.0538	.0491	19.36	8.74
-15	30724	.0125	.0660	.0607	15.49	7.62
-14	31022	.0145	.0802	.0742	12.48	6.47
-13	31298	.0168	.0965	.0899	10.12	5.54
-12	31555	.0192	.1151	.1079	8.27	4.76
-11	31790	.0217	.1360	.1284	6.79	4.06
-10	32006	.0242	.1594	.1514	5.61	3.48
-9	32200	.0268	.1851	.1770	4.65	2.97
-8	32375	.0293	.2131	.2051	3.88	2.54
-7	32528	.0318	.2434	.2356	3.24	2.16
-6	32662	.0340	.2757	.2685	2.72	1.85
-5	32774	.0361	.3100	.3035	2.3	1.58
-4	32867	.0378	.3459	.3404	1.94	1.35
-3	32938	.0392	.3832	.3789	1.64	1.15
-2	32990	.0403	.4215	.4185	1.39	0.98
-1	33020	.0409	.4606	.4591	1.18	0.83
0	33031	.0411	.5000	.5000	1	0.71
1	33020	.0409	.5394	.5409	1.18	0.83
2	32990	.0403	.5785	.5815	1.39	0.98
3	32938	.0392	.6168	.6211	1.64	1.15
4	32867	.0378	.6541	.6596	1.94	1.35
5	32774	.0361	.6900	.6965	2.3	1.58
6	32662	.0340	.7243	.7315	2.72	1.85
7	32528	.0318	.7566	.7644	3.24	2.16
8	32375	.0293	.7869	.7949	3.88	2.54
9	32200	.0268	.8149	.8230	4.65	2.97
10	32006	.0242	.8406	.8486	5.61	3.48
11	31790	.0217	.8640	.8716	6.79	4.06
12	31555	.0192	.8849	.8921	8.27	4.76
13	31298	.0168	.9035	.9101	10.12	5.54
14	31022	.0145	.9198	.9258	12.48	6.47
15	30724	.0125	.9340	.9393	15.49	7.62
16	30407	.0106	.9462	.9509	19.36	8.74
17	30068	.0088	.9566	.9606	24.38	10.08
18	29710	.0073	.9653	.9687	30.95	11.81
19	29330	.0060	.9726	.9754	39.62	13.13
20	28931	.0049	.9785	.9808	51.17	14.88
21	28510	.0039	.9834	.9852	66.68	16.45
22	28070	.0031	.9872	.9887	87.72	19.23
23	27610	.0024	.9903	.9915	116.5	20.21
24	27133	.0019	.9927	.9936	156.3	22.92
25	26638	.0014	.9946	.9953	211.8	22.26
26	26128	.0011	.9960	.9966	290	24.39
27	25602	.0008*	.9971	.9975	401.4	26.27

*Se omiten valores extremos

Apéndice L.

Distribución de Referencia Multinomial para Subtotales ESS con 5 Repeticiones y Sensor PLE

Puntaje	Formas	<i>pmf</i>	<i>cdf</i>	Cdf ContCo r	odds	odds 2RQs	odds 3RQs	odds 4RQs	odds LL05	odds2R QLL05	odds3RQ LL05	odds4R QLL05
-15	161	.0005*	.0009	.0007	1517	38.94	11.49	6.24	7.71	5.36	3.32	2.24
-14	200	.0011	.0020	.0015	682.2	26.12	8.8	5.11	7.56	4.48	2.84	1.98
-13	243	.0021	.0041	.0030	328.4	18.12	6.9	4.26	7.27	4	2.42	1.73
-12	287	.0037	.0077	.0059	168	12.96	5.52	3.6	6.79	3.44	2.07	1.51
-11	333	.0062	.0139	.0109	90.88	9.53	4.5	3.09	6.1	2.91	1.81	1.35
-10	378	.0099	.0236	.0190	51.67	7.19	3.73	2.68	5.22	2.5	1.56	1.2
-9	423	.0150	.0383	.0315	30.72	5.54	3.13	2.35	4.84	2.08	1.37	1.07
-8	465	.0216	.0592	.0500	19.01	4.36	2.67	2.09	4.11	1.76	1.19	0.96
-7	505	.0297	.0875	.0758	12.19	3.49	2.3	1.87	3.3	1.49	1.05	0.87
-6	540	.0389	.1242	.1104	8.06	2.84	2.01	1.69	2.66	1.26	0.93	0.79
-5	571	.0489	.1697	.1546	5.47	2.34	1.76	1.53	2.06	1.06	0.83	0.72
-4	595	.0588	.2236	.2087	3.79	1.95	1.56	1.4	1.58	0.9	0.74	0.66
-3	615	.0678	.2852	.2720	2.68	1.64	1.39	1.28	1.19	0.77	0.66	0.61
-2	628	.0750	.3531	.3432	1.91	1.38	1.24	1.18	0.89	0.66	0.59	0.56
-1	637	.0797	.4254	.4201	1.38	1.18	1.11	1.08	0.65	0.56	0.53	0.52
0	639	.0814	.5000	.5000	1	1	1	1	0.48	0.48	0.48	0.48
1	637	.0797	.5746	.5799	1.38	1.91	2.63	3.63	0.65	0.89	1.18	1.52
2	628	.0750	.6469	.6568	1.91	3.66	7.01	13.41	0.89	1.54	2.45	3.52
3	615	.0678	.7148	.7280	2.68	7.16	19.17	51.3	1.19	2.5	4.13	5.21
4	595	.0588	.7764	.7913	3.79	14.38	54.52	206.7	1.58	3.68	5.31	6.97
5	571	.0489	.8303	.8454	5.47	29.89	163.4	893.3	2.06	4.78	6.77	7.62
6	540	.0389	.8758	.8896	8.06	64.9	522.8	4212	2.66	5.6	7.47	7.8
7	505	.0297	.9125	.9242	12.19	148.5	1810	22060	3.3	6.68	7.73	7.84
8	465	.0216	.9408	.9500	19.01	361.4	6870	130600	4.11	7.32	7.82	7.84
9	423	.0150	.9617	.9685	30.72	943.7	28990	890600	4.84	7.64	7.84	7.85
10	378	.0099	.9764	.9810	51.67	2669	137900	7126000	5.22	7.77	7.84	7.85
11	333	.0062	.9861	.9891	90.88	8259	750600	6.82E+07	6.1	7.82	7.85	7.85
12	287	.0037	.9923	.9941	168	28240	4745000	7.97E+08	6.79	7.84	7.85	7.85
13	243	.0021	.9959	.9970	328.4	107800	3.54E+07	1.16E+10	7.27	7.84	7.85	7.85
14	200	.0011	.9980	.9985	682.2	465300	3.17E+08	2.17E+11	7.56	7.85	7.85	7.85
15	161	.0005*	.9991	.9993	1517	2.30E+06	3.49E+09	5.29E+12	7.71	7.85	7.85	7.85

*Se omiten valores extremos